

文章编号 1004-924X(2006)02-0173-07

# 应用在拼接镜面中的电容位移传感器的 结构性误差分析及校正

杨德华, 戚永军

(中国科学院 国家天文台/南京天文光学技术研究所, 江苏 南京 210042)

**摘要:**分析了子镜运动和电容传感器极板运动之间的理论关系并探讨了电容位移传感器读数的“结构性”误差的处理方法。基于电容位移传感器的工作原理,对极板为圆形的电容位移传感器提出了采用以位移的测量值和子镜转角为自变量的多项式拟合的校正方法。计算表明该误差处理和校正方法是简洁可行的。对于转角的拟合只需 2 阶,同时位移测量值只需 4 阶的多项式进行拟合即可使输出位移达到 3 nm 的精度。进一步分析表明,直接使用位移传感器读数计算极板转角,并对误差的主动校正控制非常有利于该多项式拟合,可一次性达到优于 5 nm 的校正误差,完全满足拼接镜面主动光学工程应用的技术要求。

**关键词:**拼接镜面;电容位移传感器;误差分析;误差校正;数字拟合

**中图分类号:** TP212.12 **文献标识码:** A

## Structural error correction and simulation of capacitive displacement sensor for segmented mirrors

YANG De-hua, QI Yong-jun

(National Astronomical Observatories/ Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210042, China)

**Abstract:** Based on kinematics of the segment mirror system, the movement relationship between the segmented mirror and the sensor electrode plate was established, and processing method of the induced sensor reading error defined as structural error of the capacitive displacement sensor was analyzed. Thereafter, the capacitive sensor with round electrode plates in shape was specifically analysed for its reading in detail, which involved with numeric polynomial fitting technique in terms of measured displacement of the sensor and inclination angle of the electrode plate. The method has proved its efficient and effective in computer simulation. For the variable inclination angle, inclusion of the second order is enough to achieve 3 nm fitting precision, meanwhile, the fourth order is still needed for the variable measured displacement. Further analysis indicates that fitting the polynomial with the inclination angle directly obtained from the displacement sensors reading can still afford fitting precision of 5 nm at worst case, which well meets the technical requirements of the segmented mirror active optics application.

**Key words:** segmented mirror; capacitive displacement sensor; error analysis; error correction; numeric fit

收稿日期: 2005-04-22; 修订日期: 2006-01-20.

基金项目: 国家九五重大科学工程 LAMOST 项目支持。

## 1 引言

拼接镜面主动光学技术应用中,每块单元子镜需要主动调节子镜的状态(一般包括刚体倾斜和轴向平移(调焦)及面形变化),以改正某种光学像差或实现某种光学面形。为此,相邻子镜间一般安装精密位移传感器来检测相邻子镜边缘的高度差,从而进行反馈控制。如美国 10 m 口径 Keck 望远镜采用了电容位移传感器,南非 10 m 口径 SALT 望远镜采用了电感位移传感器,也有的望远镜采用如曲率传感或波前传感等其它位移检测仪器<sup>[1-3]</sup>。

本实验拟采用比较成熟的电容位移传感器,此传感器已被考虑用于 CELT<sup>[4]</sup>。单元六边形子镜由 3 组位移调节机构实现其主动调焦和倾斜,并将电容位移传感器安装在子镜边缘进行检测。由于子镜支撑结构安排的原因,子镜倾斜转动中心并不位于子镜面中心,从而将使子镜在主动光学工作调节时,子镜镜面及子镜边缘所安装的电容位移传感器的动极板发生非纯转动运动,而是产生倾斜转角的同时产生平动,从而引起传感器读数的误差,文中称这种由于子镜位移引起的电容传感器极板姿态变化对其读数的影响为“位移传感器读数的结构性误差”。

本文首先基于拼接镜面主动光学和刚体运动学原理,分析子镜支撑结构对电容位移传感器读数的影响,分析误差来源,并探讨误差处理和校正方法,根据电容位移传感器的工作原理提出了一种采用多项式拟合进行误差校正的方法。模拟计算表明,该误差处理和校正方法是简洁有效和可行的。

## 2 子镜支撑结构和拼接镜面主动光学工作原理

六边形单元子镜的支撑机构初步设计和测试已完成<sup>[5-7]</sup>。如图 1,经改进,该设计采用了 3 组微位移促动器和杠杆机构设计了子镜的微位移调节系统来实现子镜的主动倾斜和调焦的运动。子镜通过 3 个固定支撑及若干加力器件与子镜基板相连,子镜面形的主动变化由加力器件完成;而

子镜的调焦和倾斜的调节,则是视子镜、子镜支撑和子镜基板为一整体,通过调整子镜基板的位置及姿态来完成。子镜基板采用调心球面球轴承和线性轴承相结合的中心定位和侧支撑的方案,使得子镜基板和子镜可以实现绕调心轴承的倾斜转动,同时整体可以实现沿线性轴承的调焦运动。

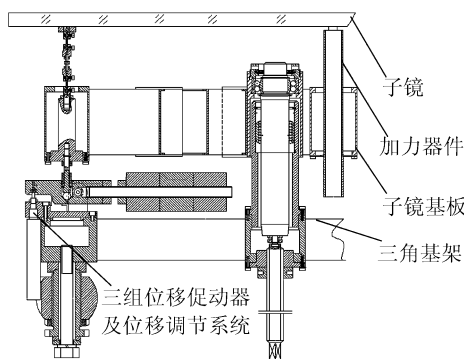


图 1 单元子镜系统

Fig. 1 Mirror segment system

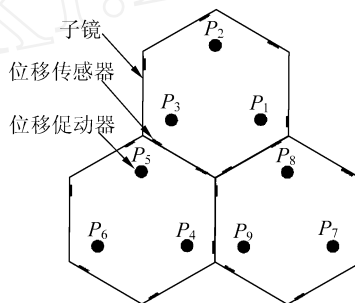


图 2 拼接镜面主动光学原理示意图

Fig. 2 Principle of segmented mirror active optics

参见图 2,为了保持或实现拼接镜面的某种光学面形,在相邻子镜的每对边缘之间一般安装两套位移传感器来检测相邻子镜边缘的高度差,进而解算获得各子镜主动位移补偿调节量<sup>[3]</sup>。在微位移条件下,各位移传感器  $S$  的值仅与相邻的两块子镜的位置姿态有关,即仅与相邻两块子镜的微位移调节机构  $P$  的值有关,即<sup>[3]</sup>

$$S = a_1 P_1 + a_2 P_2 + a_3 P_3 + a_4 P_4 + a_5 P_5 + a_6 P_6, \quad (1)$$

## 3 电容位移传感器极板运动分析<sup>[7]</sup>

参见图 3,取单块子镜及相关电容位移传感器为研究对象,并可简化为取位移传感器安装在子镜边缘中间的情形来分析,视电容位移传感器

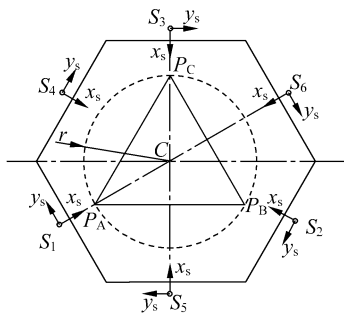


图3 单元子镜面及传感器坐标系示意图

Fig.3 Segment mirror and sensor coordinate systems

的固定极板安装在固定支撑上。

图4为图1中单元子镜系统的刚体运动学示意图。记 $i$ 为线位移或其分量; $S$ 为位移传感器, $L$ 为其分布圆半径; $P_A$ 、 $P_B$ 、 $P_C$ 为位移促动器机构及其输入位移, $r$ 为其分布圆半径; $C$ 为回转中心,可见子镜回转中心不在镜面中心,即存在偏离 $d$ ,从而,当子镜倾斜回转时,将诱导电容位移传感器极板的附加平移,从而每个电容位移传感器活动极板具有5个运动(仅有3个是独立的),即,在传感器坐标系 $x_s O y_s$ 内的两个平移 $x_s$ 、 $y_s$ ,及绕两轴的转动 $\alpha$ 、 $\gamma$ 和法向运动 $z_s$ 。其中,有意义的自由度为 $z_s$ ,定义为有效位移,其它4个运动将作为影响因素影响 $z_s$ 的数值,定义为结构性误差。5个自运动均可由形如(1)式的方程来表达。

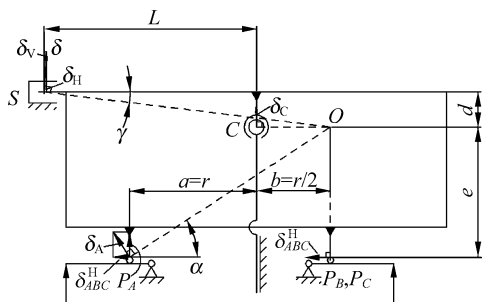


图4 单元子镜系统刚体运动学等效图

Fig.4 Kinematics of segment mirror system

定义 $S_p^i = (x_s \ y_s \ x \ y \ z_s)^T P$ ,  $i$ 标记各传感器( $i = 1, 2, \dots, 6$ );  $p$ 标记某位移促动器( $P = A, B$ 或 $C$ )。

基于小位移的叠加原理,令仅位移促动器 $A$ 工作,即, $P_B = P_C = 0, P_A \neq 0$ 。

$P_A$ 是小位移,则由刚体运动学原理,对象运

动瞬心在 $O$ 处,则对传感器 $S_1$ 有位移:

$$S_A^1 = (x_s \ y_s \ x \ y \ z_s)^T P_A = \begin{pmatrix} \frac{2d}{3r} & 0 & 0 & \frac{2}{3r} & \frac{2L+r}{3r} \end{pmatrix} P_A, \quad (2)$$

可见,由于 $d$ 和 $e$ 不可能同时为0,故传感器 $S$ 水平平移 $H$ (即 $x_s$ )和3个位移促动器位输出触点水平位移 $_{ABC}^H$ 不能同时为0,其数值与结构尺寸 $r$ 、 $d$ 及 $e$ 相关,当 $d=0$ 时,即子镜系统回转中心在镜面中心,则 $H=0$ ;而不过中心时,即 $d \neq 0$ ,则 $H$ 存在数值。两个转角 $\alpha$ 、 $\gamma$ 虽与 $d$ 无关,但它们对位移传感器读数始终存在影响。

可见,电容位移传感器极板平动位移和位移促动器机构输入值 $P_A$ 属同量级,均为小位移,可采取使得电容位移传感器极板工作面积富有毫米级裕量的方法,以保证极板不因平动位移而超出有效工作面积。又位移传感器读数 $v$ (即 $z_s$ )仅与位移传感器及位移促动器安装尺寸 $L$ 和 $r$ 相关,故回转中心不在镜面中心及平动位移对电容位移传感器读数没有影响,这给镜室结构设计带来方便。于是, $S_p^i$ 可简化为 $S_p^i = (x \ y \ z_s)^T P$ 。

以上分析虽是基于初始零位时发生位移的状态下进行的,但同样适用于非零位(即镜面初始存在倾斜)时发生位移的情况。但是,由于不同状态下,对于矩形极板电容位移传感器存在不同倾斜,由此造成的读数误差是存在的,且不一致,使得分析、计算和校正较为复杂和困难。对于极板为圆形的电容位移传感器,以上问题将简单得多,即所有传感器动极板将具有同一倾角,且就是子镜的倾角,只是相对方位不同,但对于圆形极板电容位移传感器,这不影响其读数。

为此,下文仅考虑对极板为圆形的且留有足够裕量的电容传感器进行以上结构性误差的校正方法探讨和模拟。

## 4 电容位移传感器读数误差分析<sup>[8-11,12]</sup>

### 4.1 电容位移传感器原理

如图5, $R$ 为电容位移传感器有效极板半径,记 $A$ 为其面积; $d_0$ 为极板间距,为极板相对倾角。

理想情况下,当 $\theta=0$ 时,电容值为

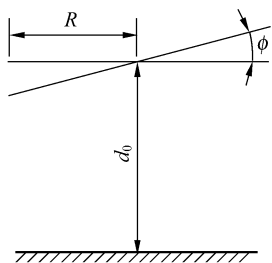


图 5 电容位移传感器示意图

Fig. 5 Capacitive displacement sensor

$$C = \frac{A}{d_0} = \frac{R^2}{d_0}, \quad (3)$$

式中, 为介质介电常数。

当  $\phi = 0$  时, 电容值为

$$C = \cos \frac{R^2}{d_0 - r \cos \phi} \frac{r dr d\phi}{\sin \phi}, \quad (4)$$

式中,  $r$  为电容传感器圆形极板上的半径积分变量,  $\phi$  为极板上的方位角积分变量。

#### 4.2 极板倾角对精度的影响

对于电容器自身的处理电路来说, 并不计及倾角的影响, 直接采用式 (3) 计算被测距离, 相对于式 (4) 解出的距离有一定的误差。

##### 4.2.1 倾角影响的绝对误差

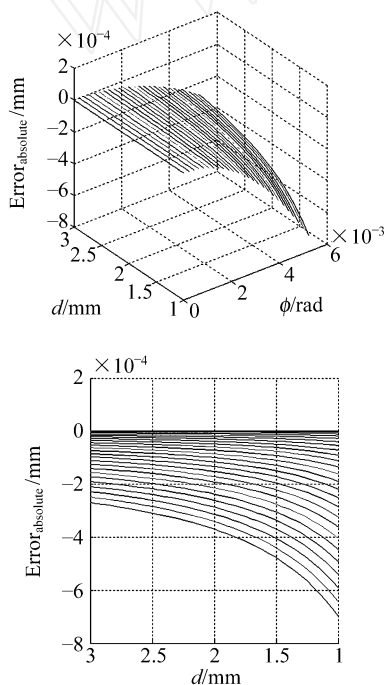


图 6 绝对误差趋势模拟

Fig. 6 Tendency of absolute error

对于子镜主动位移调节要求子镜平移范围 2 mm, 由于电容位移传感器设计时存在初始间距 1 mm, 故取  $1 \text{ mm} < d_0 < 3 \text{ mm}$ , 并可知最大倾角  $\phi_{\max} = 20^\circ$ 。对式 (4) 采取数值积分模拟可得如图 6 的误差趋势分布, 最大达 700 nm, 远远超出拼接镜面主动光学应用的技术要求 (30 nm - RMS)。

可采取循环迭代的方法进行校正, 但显然需要较多迭代计算和执行时间。鉴于图 6 所示的变化趋势, 考虑采用对式 (4) 进行曲面拟合的方法, 且采用多项式拟合。

##### 4.2.2 倾角影响的相对误差

计算  $(d_m - d_0)/d_0$  的变化趋势如图 7 所示。其中  $d_m$  为测量值,  $d_0$  为实际值。由计算结果可知, 相对误差比较小, 不到  $10^{-3}$ , 这对于计算镜面的倾角, 并用于对传感器的误差拟合非常有利, 可以拟合出很小的误差值。从而也对误差的主动校正控制非常有利。

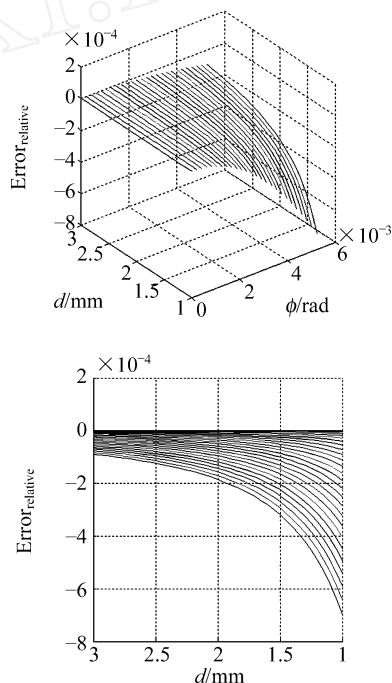


图 7 相对误差趋势模拟

Fig. 7 Tendency of relative error

## 5 误差校正和模拟

### 5.1 测量值与实际值之间的拟合

在某一特定倾角  $\phi$  时, 可定义  $d_0$  为  $d_m$  的函

数,即  $d_0 = d(d_m)$ ,并用多项式表示为

$$d_0 = a_i d_m^i = a_0 + a_1 d_m + a_2 d_m^2 + a_3 d_m^3 + \dots, \quad (5)$$

而在不同倾角下,上式中系数是不同的,故定义系数  $a_i$  为  $\phi$  的函数,即  $a_i = a_i(\phi)$ ,并也用多项式表示,有

$$d_0 = a_i(\phi) d_m^i = a_0(\phi) + a_1(\phi) d_m + a_2(\phi) d_m^2 + a_3(\phi) d_m^3 + \dots, \quad (6)$$

$$\text{式中, } a_i = a_i(\phi) = k_{ji} \phi^i = k_{0i} + k_{1i} \phi + k_{2i} \phi^2 + k_{3i} \phi^3 + \dots, \quad (7)$$

如取  $3 \times 3$  阶,则可写成

$$d_0 = \begin{Bmatrix} 1 \\ d_m \\ d_m^2 \end{Bmatrix}^T [K] \begin{Bmatrix} D_m \\ D_m^2 \\ D_m^3 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} k_{00} & k_{01} & k_{02} & k_{03} \\ k_{10} & k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{20} & k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{30} & k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ d_m \\ d_m^2 \\ d_m^3 \end{Bmatrix}, \quad (8)$$

式中  $K$  为常矩阵。

对(8)式采用不同阶数进行模拟。由计算可知,采用  $2 \times 2$  阶多项式( $K$ 为  $3 \times 3$  方阵)拟合时,位移残差  $< 40$  nm(图8);采用  $3 \times 3$  阶多项式时,位移残差可  $< 10$  nm;采用  $4 \times 4$  阶多项式时,位移残差  $< 2.5$  nm;而采用  $2 \times 4$  阶多项式(此时  $K$  为  $3 \times 5$  矩阵)拟合时,如图9所示,位移残差  $<$

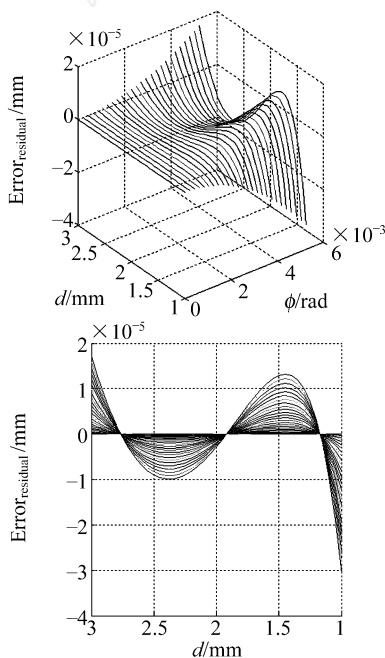


图8  $2 \times 2$  阶多项式拟合残差  $< 40$  nm

Fig. 6 Fitted with  $2 \times 2$  order polynomial (residual error  $< 40$  nm)

$2.5$  nm,即对于角度的拟合只需2阶即可达到  $2.5$  nm的精度,而同时测量值与实际值之间需要4阶拟合。

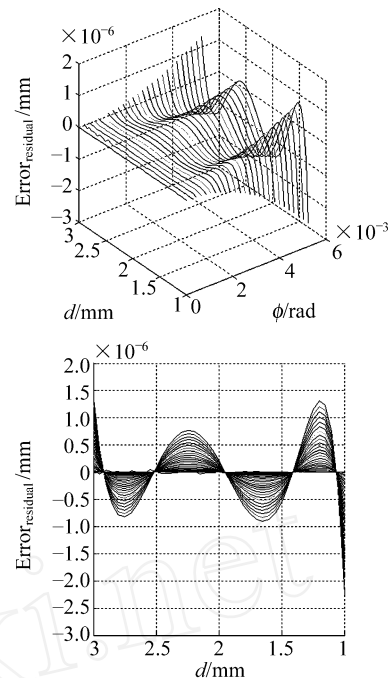


图9  $2 \times 4$  阶多项式拟合残差  $< 2.5$  nm

Fig. 9 Fitted with  $2 \times 4$  order polynomial (residual error  $< 2.5$  nm)

## 5.2 倾角角度计算误差影响的分析

对于某一组给定的位移调节量,子镜及电容位移传感器动极板可对应于某一特定倾角,记为

$$= (P_A, P_B, P_C) =$$

$$\frac{\sqrt{2[(P_A - P_B)^2 + (P_B - P_C)^2 + (P_C - P_A)^2]}}{3r}, \quad (9)$$

式中符号意义同上文。实际应用过程中,拟合的倾角是由位移传感器的读数按式(9)计算的,由以上分析知,位移的相对误差不超过  $10^{-3}$ ,因此,角度相对误差也不超过  $10^{-3}$ (图3和图4中,  $r$  比  $P_i$  至少大两个数量级)。计算可知,直接使用位移传感器读数计算倾角,再将倾角直接用于对传感器的倾斜补偿,不需迭代即可达到  $< 5$  nm的误差,完全满足拼接镜面主动光学工作的技术要求。

## 6 结 论

由以上拼接镜面主动光学中存在的电容传

感器读数的结构性误差产生根源和处理方法的分析讨论可知,子镜回转中心不在镜面中心可引起电容位移传感器动极板的平动,这可以简单地采用保留足够的电容传感器极板有效工作面积来消除对其正确读数的影响;而子镜转动的本身引起的电容位移传感器动极板的转动对其读数始终存在影响。对于极板为圆形的电容位移传感器,有鉴于同一子镜上所有传感器的动极板具有同子镜一致的倾角这一有利事实,考虑了采用以位移的测量值和子镜的倾角为自变量的多项式来拟合其

读数的校正方法。分析模拟表明,该多项式拟合方法简洁高效,拟合方程的系数矩阵只需 5 行  $\times$  3 列即可达到 3 nm 的精度;且直接使用位移传感器读数计算倾角,再将倾角用于对传感器极板的倾斜拟合校正,不必迭代,即能达到  $< 5$  nm 的误差校正精度,完全满足拼接镜面主动光学技术的应用要求,且非常有利于误差的主动校正控制,这种误差处理和读数拟合校正的思想对于其它应用工程中的类似问题有着借鉴意义。

### 参考文献:

- [1] NELSON J E, MAST T S, FABER S M. *The design of the Keck observatory and telescope (Ten meter telescope)* [R]. Keck Observatory, 1985.
- [2] KRABBENDAM V L. Development and performance of Hobby Eberly telescope 11 meter segmented mirror[J]. *SPIE*, 2002, 3352: 647-658.
- [3] CHANAN G, NELSON J E. Design issues for the active control system of the California[J]. *SPIE*, 2000, 4004: 363-372.
- [4] 杨德华, M<sub>A</sub> 子镜系统样机及相关支撑系统的设计[R]. 南京:中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所, 2003.  
YANG D H. *Design of M<sub>A</sub> unit prototype and its support system* [R]. Nanjing: National Astronomical Observatories/ Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, 2003. (in Chinese)
- [5] 杨德华, 戚永军. 光学拼接镜面微位移主动调节机构的设计和实测[J]. *光学 精密工程*, 2005, 13(2): 191-197.  
YANG D H, Qi Y J. Design and test of the active micro-motion mechanism for an optical mirror segment[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2005, 13(2): 191-197. (in Chinese)
- [6] 杨德华, 戚永军. 电容位移传感器工作中之结构性误差的分析及校正的探讨[R]. 南京:中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所, 2005.  
YANG D H. *Structural error analysis and correction of capacitive displacement sensors in segmented mirror active optics* [R]. Nanjing: National Astronomical Observatories/ Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, 2005. (in Chinese)
- [7] PADIN S. *A differential, tilt-independent displacement sensor for the CELT mirror* [R]. Pasadena: California Institute of Technology, August 2001.
- [8] DOUGLAS G. Measurement accuracy in control of segmented-mirror telescopes[J]. *Applied Optics*, 2004, 43(3): 608-615.
- [9] MAST T S, NELSON J E. Segmented mirror control system hardware for CELT[J]. *SPIE*, 2000, 4003: 226-240.
- [10] HOROWITZ P, HILL W. *The art of electronics* [M]. Cambridge: Cambridge University Press.
- [11] DIERICKX P, DELABRE B, NOETHE L. OWL optical design, active optics, and error budget[J]. *SPIE*, 2000, 4003: 203-211.

**作者简介:** 杨德华(1973 - ), 男, 安徽当涂人, 1995 年毕业于西北工业大学机械电子工程专业, 现为中国科学院南京天文光学技术研究所博士, 副研究员, 硕士生导师, 主要研究方向为天文望远镜结构设计和分析。

戚永军(1971 - ), 男, 江苏盐城人, 2002 年获南京理工大学光学工程博士学位, 现为中国科学院南京天文光学技术研究所副研究员, 硕士生导师, 主要研究方向为天文望远镜电子控制。