一种测量材料线膨胀系数的新方法

陈应秀 杨德华 崔向群

中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所

摘 要:由天文摆钟产生计时误差的启发,提出一种新的材料线膨胀系数测量方法:直接测量单摆振动周期的 微小变化量,再通过公式间接换算出该摆杆材料的线膨胀系数。该方法原理简单,试验装置切实可行,可用于常规 工程材料和低膨胀材料在任意温度区间线膨胀系数的精确测量。对于外型复杂的机构,只需对其振动模型进行简 化,理论上可以测出该机构在任意方向的线膨胀系数。

关键词:线膨胀系数, 振动周期, 阻尼, 测量

Theory Study of New Method to Measure Linear Coefficient of

Thermal Expansion of Material

Chen Yingxiu Yang Dehua Cui Xiangqun

Abstract : A new method that the minute change of vibration period of a single pendulum is measured firstly, then the CTE of the pendulum material is calculated by indirect conversion of formula, is put forward with the elicitation of the error of the astronomical pendulum clock. This method is simple in principle, and the experimental equipment is practical. With the method the CTE of general material and the low expansion material in any temperature range can be accurately measured and the CTE in any direction of the complex mechanism can also be measured just needing to reduce the vibration model of those mechanism.

Keywords :linear coefficient of thermal expansion (CTE), vibration period, damp, measuring

1 引言

84

热胀冷缩是几乎所有工程材料的固有属性^[1], 它不仅与组成该材料的化学成分有关,而且与材料 的几何形状及加工方式也有关系。大多数材料从室 温冷却到绝对零度时,长度要收缩千分之几;多数金 属材料从室温冷却到 77K时,长度要缩小 0.2~ 0.3%,低于液氮温度时,收缩较小。当环境温度发 生变化时,由于材料的热胀冷缩而使零件或结构产 生热变形,对于精密机械结构而言,应将其热变形量 控制在允许的范围之内,因此需要精确测定材料的 线膨胀系数。

2 常用材料线膨胀系数测量方法

<u>测量材料线膨胀系</u>数的方法较多,目前常见的 _{收稿日期:2006年3月}

5 结语

本文提出的适于加工现场使用的齿形误差测量 方法,可用于在加工现场对齿形误差进行在线测量, 并能有效地解决测头位置不确定性所带来的误差。 通过计算机仿真,证明了该方法的可行性。

参考文献

1 唐敬修. 渐开线圆柱齿轮的测量. 北京:机械工业出版

方法见表 1^[2]。

由表 1 所列相关数据可以看出,干涉法测量材 料线膨胀系数精度最高,其次是光杠杆法。在采用 干涉法的实际测量过程中,有很多因素会影响激光 干涉仪的测量精度,其中温度、压力、湿度是三个主 要因素。因为仪器所处工作环境的温度、气压、湿度 都会影响空气的折射率(其关系可由 Edlen 公式^[3] 给出),所以干涉仪必须在恒温环境中使用,对室内 温度、气压和湿度的波动有一定要求。另外,在做材 料低温线膨胀系数测定时,试件和干涉仪必须分开 放置,通常的做法是用一根测杆连接试件和耙镜^[4], 通过直接测量靶镜的位移变动量来间接测得试件的 热伸缩量。换言之,干涉仪间接测得的试件变形量 里面还包括测杆的伸缩量。尽管测杆是用低膨胀材 料(如 Zerodur)制成,但因材料的线膨胀系数本身就 是个微小量,这样增加的中间环节带来的测量不确

社,1984

- 2 梁本鑫. 追溯起点法测量渐开线齿形误差. 计量技术, 2001(11)
- 3 陈伦军.机械优化设计遗传算法.北京:机械工业出版 社,2005
- 4 李郝林. 齿轮成型磨削齿形误差在线测量技术. 计量学 报, 2005,26(2)

第一作者:兰艳平,硕士研究生,上海理工大学机械学院,200093上海市

定度将会给最后的结果造成很大影响,而且将测量 仪器与被测试件分开放置也导致整个实验装置布局 困难。采用光杠杆法测量材料线膨胀系数也存在不 少问题,如持续测量时测量精度保持性差、操作不方 便等。

测量仪器	近似灵敏度/µm	样棒长度	时间稳定性
干涉仪	2.5 ×10 ⁻²	ĸ	好
光杠杆	1.0 ×10 ⁻¹	¥	好
未粘结的丝状应变仪	1.3 ×10 ⁻¹	¥	好
线性可变差动变压器	1.3 ×10 ⁻¹	¥	好
电容测微计	2.5 ×10 ⁻¹	短	差
磁量计	2.5 ×10 ⁻¹	短	差
旋转镜仪	2.5 ×10 ⁻¹	¥	好
指针量计	2.5	¥	好
机械杠杆仪	2.5	¥	好
张丝目镜显微镜	2.5 ×10 ⁻¹	¥	好
电接触测显微计	2.5 ×10 ⁻¹	¥	好

表1 常见的材料线膨胀系数测量方法

17世纪开始使用的天文时计(astronomical timekeeper)多为天文摆钟,利用摆的机械振荡产生稳定 频率,以此作为频率标准制成计时仪器。摆钟的最 大优点就是,在一定的摆动幅度内,摆动周期只与摆 长有关。但人们发现,摆杆的长度受环境温度的影 响会发生微量伸缩,如果摆的长度为 990mm,当摆长 变化 0.025mm 时,钟的速率变化为每天近 1s,这相 当于温度变化 2.2 时金属摆杆的长度变化。为了 保持摆长的恒定,人们使用了补偿摆,即用殷钢、石 英制作摆杆或用两种膨胀系数不同的金属(如黄铜 和钢)熔合在一起制造摆杆,同时将钟安放在恒温室 内,罩入真空罩中,使钟的速率误差减小到每天仅千 分之几秒。

受到天文摆钟记时误差补偿的启发,本文提出 了一种测量材料线膨胀系数的全新思路,即从摆杆 振动周期的变化量出发研究该材料线膨胀系数的测 量新方法(称为周期法)。

3 基于周期法测量材料线膨胀系数的 原理

3.1 不考虑各种阻尼的影响

摆杆为长直圆柱体,长度为 L,半径为 R。在自 由振动过程中,摆杆受到的阻尼包括两部分:空气阻 尼和运动副的摩擦阻尼。假设摆杆位于真空环境, 而且运动副是理想的光滑接触面,那么以下推导过 程成立: 如图 1 所示,摆杆质量为 m,因为摆杆形状规则,所以其重心位于摆杆中点 C,即 $d = \frac{1}{2}L$ 。摆角 <5°,摆杆相对 O 点的转动惯量为 I,由理论力学 求长盲圆柱体转动惯量^[5]的公式,有

$$I = \frac{1}{12} m (4L^2 + 3R^2)$$

由牛顿定律得出杆件振动微分方程^[6]

(1)

因微振动时有 sin ,因此上式可近似为线性 微分方程

I'' + mgdsin = 0

$$+ mgd = 0 \tag{2}$$

直接求解式(2)即得该杆件振动的固有频率

$$_{n} = \sqrt{\frac{mgd}{I}} = \sqrt{\frac{6 gL}{4L^{2} + 3 R^{2}}}$$

则杆件振动周期为

$$t_n = \frac{2}{n} = 2 \cdot \sqrt{\frac{4L^2 + 3R^2}{6 gL}}$$
(3)

因为 *R* = *L*,所以可以近似认为 *R* 值不随温度而变 化,其为一恒定量,故只考虑杆长 *L* 的变化。对式 (3)两端取微分,整理后得

$$dL = \frac{2L}{4L^2 - 3R^2} \cdot \frac{\sqrt{6gL(4L^2 + 3R^2)}}{4L^2 - 3R^2} \cdot dt_n$$
(4)

根据材料线膨胀系数的标准定义

$$= \frac{1}{L} \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}T}$$
(5)

结合式(4)、式(5)即可得出如下材料线膨胀系数的 求解公式:

$$= \frac{2}{4L^2 - 3R^2} \cdot \frac{\sqrt{6} gL (4L^2 + 3R^2)}{4L^2 - 3R^2} \cdot \frac{dt_n}{dT}$$
(6)

式中 dt_n ——摆杆振动周期的微分变化量 dT ——环境温度的微分变化量



由于在实际测量过程中,都是选择有限个温度 点进行测量,因此有以下关系式成立

$$=\frac{2}{4L^{2}-3R^{2}}\cdot\frac{\sqrt{6gL(4L^{2}+3R^{2})}}{4L^{2}-3R^{2}}\cdot\frac{t_{n}}{T}$$
(7)

其中 t_n ——摆杆振动周期的变化量

T----环境温度的变化量

由式(7)即可看出,通过测量摆杆振动周期的变 化量 t_n和环境温度变化量 T.就可以直接算出该 摆杆材料的线膨胀系数 值。

3.2 考虑空气阻尼和转动副摩擦阻尼的影响

在流体力学中,低速运动的物体通常会受到粘 性阻尼的作用。摆杆在低速摆动的过程中会受到空 气阻尼和转动副摩擦阻尼的作用,使其振幅和周期 在有限的振动周期内最终衰减为零。设空气的粘性 阻尼系数为常数 c.转动副等效粘性阻尼系数为 ce。 严格来讲,空气的粘性阻尼系数 c 是空气压力 p、流 速 v 和温度 T 的函数,可表示成如下关系式

c = f(p, v, T)

但由于 p, v, T 对 c 的影响非常小,为了简化推 导过程,假定 c 是个常量。

杆件绕 0 点作往复摆动,杆件上每个点的线速 度都不相同,其线速度, 水由下式给出

$$v = \cdot R = \cdot \cdot R \quad (0 \le R \le L)$$
 (8)
空气粘性阻尼力与摆杆的相对速度成正比^[6],即

 $P_d = c \cdot v$ 由式(8)可知,杆件沿轴线的线速度分布呈线性递增 的特性,因此在考虑杆件受空气阻尼的影响时,可以 用杆件的平均线速度来计算其所受空气阻尼力的大

$$P_d = c \frac{L}{2} \tag{10}$$

(9)

同理,若转动副半径为r,转动副的等效摩擦阻尼力 可由下式给出[7]

$$P_e = c_e \cdot r^2 \cdot$$
(12)

根据牛顿运动定律得出如下运动微分方程,同样取 .则 sin

$$I'' + (c\frac{L}{2} + c_e r^2)' + mgd = 0$$
(13)

设:
$$2n = \frac{c \frac{L}{2} + c_e r^2}{I}$$
, $n = \frac{mgd}{I}$, $= \frac{n}{n}$,则式(13)变为如下形式

$$+2 \quad \dot{n} + \frac{2}{n} = 0 \tag{14}$$

解(14)式,就可得到考虑空气阻尼和运动副摩擦阻 尼作用时杆件的摆动周期

$$t_{\rm d} = \frac{t_n}{\sqrt{1 - 2}} \tag{15}$$

 $=\frac{c\cdot\frac{L}{2}+c_{\rm e}r^2}{2\,mgd},$ 式中

由式(7)可知(式中 t_n为杆件无阻尼时的振动 周期),计及空气阳尼和转动副摩擦阳尼的影响时, 杆件线膨胀系数的计算公式变为

$$= \frac{2}{4L^2 - 3R^2} \cdot \frac{t_d}{T}$$
(16)

比较式(7)和式(16)可以得出如下结论:在考虑 有阻尼和无阻尼两种情况下,所得材料线膨胀系数 的理论公式完全相同,可以通过测量实际摆杆振动 周期的相对变化量 ta.间接得出该材料的线膨胀 系数。

4 周期法测量线膨胀系数的可行性分 析

在根据上一节的理论推导设计实验装置时,首 先要考虑摆杆振动周期的微小变化量是否可用仪器 测出 .还要考虑摆杆在摆动过程中不受任何因素的 干扰,完全处于一种自由振动状态。

在实际测量过程中,为了增加摆杆的有效长度, 使其重心下移,在杆的末端加一质量为 mo 的殷钢 金属球,球的半径 $R_0 < 20$. L(见图 2)。由于殷钢的 线膨胀系数约为 1.0 ×10⁻⁶/ ,且 _{invar} < 10. _{摆杆}, 故假设殷钢球的热伸缩量可以忽略不计,认为该振 动模型的重心偏移量完全由摆杆的热伸缩量决定。

根据理论力学求物体重心的方法,求得该振动 模型的重心位置 C

$$d_0 = \frac{m \frac{L}{2} + m_0 (L + R_0)}{m + m_0}$$

金属球相对于 0 点的转动惯量 1 为

$$I_1 = \frac{2}{5} m_0 R_0^2 + m_0 (L + R_0)^2$$
(17)

则该振动系统对 O 点的转动惯量 I 为

$$I = \frac{1}{12} m \left(4L^2 + 3R^2 \right) + \frac{2}{5} m_0 R_0^2 + m_0 \left(L + R_0 \right)^2$$

根据前面的推导过程,该振动模型的运动微分方程 为

$$I'' + [c + (\frac{L}{2} + R_0) + c_e r^2]' + (m + m_0) gd_0 = 0$$
(18)

由式(18)求得该振动模型的振动周期 to

$$t_0 = \frac{t_n}{\sqrt{1 - \frac{2}{0}}}$$

小.即

式中
$$_{0} = \frac{c(\frac{L}{2} + R_{0}) + c_{e}r^{2}}{2mgd_{0}}$$

则线膨胀系数为

$$= \frac{2}{4L^2 - 3R^2} \cdot \frac{\sqrt{6gL(4L^2 + 3R^2)}}{4L^2 - 3R^2} \cdot \frac{t_0}{T}$$
(19)

由于线膨胀系数是个非常微小的量,直接测量 难度很大,目前比较流行的测量方式是采用光杠杆 的原理,即通过放大被测杆件的微小伸缩量来达到 最后测量线膨胀系数的目的。同样,在采用振动周 期法测量线膨胀系数时,也要将振动周期的微小变 化量 *t* 放大进行测量。

具体的测量方法是累计测量多个振动周期。假 设在温度 T₁时,摆杆振动周期为 t₁,温度 T₂时,摆 杆振动周期为 t₂,且 T₁ < T₂。对每个温度点连续测 量 100 个振动周期,直接所得数据为:100t₁和 100t₂。那么,由于温度变化引起的摆杆长度改变导 致的振动周期发生相应变化,通过连续 100 个周期 的计时,使周期改变量 t 放大至 100 t。只要摆杆 能够连续振动,理论上放大倍数可以任意扩大。但 考虑到各种摩擦阻尼的影响,摆杆初始的势能都将 转化为摩擦产生的热能耗散至空气中,即杆件摆动 的幅值受阻尼的影响是不断衰减的。为了能够对每 个温度点累计多次计时,必须提高摆杆连续振动的 周期数,具体解决办法有以下几种:

(1)将摆杆置于真空环境,或是接近于高真空的 环境,这样由空气阻尼造成的影响可以忽略;

(2)将摆杆转动点的运动副设计成刀口形式,尽 量减小运动副摩擦阻尼的影响;

(3) 增加摆杆初始状态的势能(如图 2 所示),在 杆的末端加殷钢金属球,不仅可以使其重心下移,而 且可以提高其连续振动的周期数。

应用周期法测量材料的线膨胀系数,关键是要测出振动周期的微小变化量 t。就目前的计时仪器来说,可以利用 Win32 中的高精度计时器(Query Performance Count / Frequency)可以很精确地测到纳秒(nanosecond)级,再加上对每个温度点振动周期的累计计时,能够主动放大 t,所以周期变化量 t完全可以测出来。因此,采用周期法测量材料线膨胀系数的方案具有可行性。

5 周期法测量材料线膨胀系数的应用 前景

目前干涉法测量低膨胀固体材料线膨胀系数

时,只能对线膨胀系数在 10⁻⁶/ 量级的材料进行 测量。但通过改进试验工艺,采用条纹稳定技术,激 光干涉法可以用于更高量级线膨胀系数的测量。与 激光干涉法相比,本文所介绍的周期法可以用于微 晶玻璃(Zerodur)、碳纤维合成材料、殷钢等低膨胀材 料线膨胀系数的测量,理论上可以测量任意温度区 间的线膨胀系数,测量的核心部件是高分辨率计时 仪器。此外,只要阻尼足够小,理论上周期变化量

t可以任意放大,所以完全可以测出低膨胀材料热 胀冷缩的微小变化量 /。而对于常规工程材料线 膨胀系数的测量,周期法就显得更加得心应手。对 于形状复杂的机构,只要做一些模型的简化处理,理 论上可以测出任意方向的线膨胀系数。其数据处理 可以采用软件完成,整个测量装置容易实现自动化 (目前具体的试验装置正在设计开发之中)。

综上所述,采用周期法借助高分辨率计时仪器 可以精确测量因温度变化导致摆杆长度改变从而引 起的摆杆振动周期微小变化,然后通过公式换算成 该摆杆材料的线膨胀系数值。通过周期法理论上可 以完成任意固体材料在任意温度区间线膨胀系数的 精确测定。该方法原理简单,试验装置容易实现,具 有很好的工程应用价值。

参考文献

- 1 陈国邦. 低温工程材料. 杭州:浙江大学出版社,1998,202 ~ 204
- 2 金属材料热膨胀特性参数测量方法.中华人民共和国国家标准(BB 4339-84)
- 3 K P Birch. An update edlen equation for the refraction index of air. Metrologia , 1993 ,155 :162
- 4 孟 勇,苗恩铭,费业泰.提高热变形实验精度的两种方法.黑龙江科技学院学报,2005,15(1)
- 5 禹奇才,张亚芳,刘 锋.工程力学.广州:华南理工大学 出版社,2002
- 6 倪振华. 振动力学. 西安: 西安交通大学出版社, 1990
- 7 刘柏希,原大宁,刘宏昭.考虑运动副阻尼的机械系统动 力学响应研究.机械设计与研究,2004,20 (21)

第一作者:陈应秀,硕士研究生,中国科学院研究生院, 210042 南京市