

激光与光电子学进展

二维光栅 Talbot 效应的列主元 QR 分解波前重构

张昊仁^{1,2,3}, 李常伟^{1,2,3*}¹中国科学院南京天文光学技术研究所, 江苏 南京 210042;²中国科学院天文光学技术重点实验室(南京天文光学技术研究所), 江苏 南京 210042;³中国科学院大学天文与空间科学学院, 北京 100049

摘要 将列主元 QR 分解(QRCP)方法应用于一种基于二维光栅 Talbot 效应的波前传感器,在大幅度增加子孔径数目、降低传感器设计难度的同时,大幅度加快波前重构速度。对多项式矩阵应用 QRCP 算法之后,多项式矩阵的行数量级可以被压缩到与列数相同。在重构高复杂度、高阶 Zernike 多项式时,将 Zernike 系数求解过程的重构速度提升至传统方法的 224.00 倍,使得波前重构算法具有更好的实时性。基于 QRCP 的波前重构算法具有较好的鲁棒性,可以直接应用于干涉仪和 Shack-Hartman 波前传感器等波前测量系统,其对数据位置的筛选能力在简化和改进传感器结构方面也具备应用潜力。

关键词 Talbot 效应; 列主元 QR 分解; Zernike 多项式; 傅里叶变换; 波前重构

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP242245

Wavefront Reconstruction Based on 2D Grating Talbot Effect Using QR Decomposition with Column Pivoting

Zhang Haoren^{1,2,3}, Li Changwei^{1,2,3*}¹Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210042, Jiangsu, China;²Key Laboratory of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, Nanjing 210042, Jiangsu, China;³School of Astronomy and Space Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract The QR decomposition with column pivoting (QRCP) is applied to a wavefront sensor based on the Talbot effect of two-dimensional grating, which significantly increases the number of subapertures, reduces the difficulty of sensor design, and accelerates wavefront reconstruction. After applying the QRCP method to the polynomial matrix, the number of rows of the polynomial matrix can be compressed to the same order as its columns. When reconstructing a higher-complexity and higher-order Zernike polynomial, the reconstruction speed of the solving process of Zernike coefficients increases to 224.00 times that of the traditional method, which makes it more suitable for calculations of adaptive optics. Additionally, this compression algorithm exhibits good robustness and can be applied to interferometers and Shack-Hartmann wavefront sensors. Its reduction ability creates a potential for simplifying and improving the sensor structure.

Key words Talbot effect; column pivoting QR decomposition; Zernike polynomial; Fourier transform; wavefront reconstruction

1 引言

在大口径天文光学系统的成像过程中,由大气湍流引起的波前畸变严重影响着光学系统的成像质量。天文自适应光学波前传感器的研究旨在精确测量像差并进行高速闭环校正,从而消除由大气湍流引起的波

前畸变。因此,自适应光学对波前传感器的精度和实时性都有很高的要求。但是,提高精度意味着传感器子孔径数目的增加,而子孔径数目的增加势必会导致波前重构速度的减缓。为同时满足传感器对精度和实时性的要求,常见的系统设计方法是增加传感器的子孔径数目以提高精度,并辅以合理的优化算法和更快

收稿日期: 2024-11-11; 修回日期: 2024-12-18; 录用日期: 2024-12-25; 网络首发日期: 2025-01-03

基金项目: 国家自然科学基金(11873069)、中国科学院青年创新促进会(2019064)

通信作者: *cwli@niaot.ac.cn

的处理器以加快计算速度^[1-4]。然而,子孔径数目增加带来的高数据量会急剧增加算法求解波前的耗时^[5]。由此可见,进行数据筛选是十分必要的。

事实上,对于模式法的波前求解,如果已知待测波前由多项式构成,即使某些数据未被测量或是被主动排除,也不会严重影响波前重构精度。Polans 等^[6]利用压缩感知理论,凭借少量随机位置的波前斜率数据重构了完整的畸变波前;Xu 等^[7]利用类似原理,通过可移动的针孔测量特定位置的波前斜率,亦恢复出了完整的待测波前。以上研究表明,采样数目并非直接影响波前重建精度,一旦明确了待测波前的组成成分,就可以使用部分数据求解出完整的波前。上述求解方法能够实现的原因在于,方程求解的过程中存在大量冗余数据,这种冗余使得模式法不需要全孔径的数据也能恢复出待测波前。如果只选取必要数据进行重构,便能显著减少计算量,在加快计算速度的同时保持必要的重构精度。

模式法波前重构主要通过构造方程组、多项式矩阵及其广义逆矩阵来求解多项式系数^[8-11]。基于一般的压缩感知理论,Polans 等^[6]通过随机抽取数据求解多项式系数,可以减少一定的数据量;Brunton 等^[12]的研究指出,压缩感知的随机采样适用于缺乏待测物先验知识的情况,被压缩的多项式往往是傅里叶基、小波基的多项式,其系数具有稀疏特征,故采用稀疏优化方法进行求解。以 Zernike 系数的求解为例,该过程的多项式具有先验知识,多项式矩阵的秩较低,条件数较大,解的稀疏性也不高。若是简化该类型的矩阵方程,应使用列主元 QR 分解(QRCP)算法对矩阵进行针对性的压缩^[13]。通过 QRCP 算法压缩得到的主元数据往往具有丰富的有效信息,不会出现过多的极小数值,有助于避免无效运算。QRCP 算法目前在人脸数据重构、流场重构^[12]、光波导信号模式分析^[14]等领域中都有成功应用。

基于光栅 Talbot 效应的波前传感器能够用光栅在 Talbot 距离上的自成像进行波前重构。Talbot 效应是一种稳定的自成像现象,不需要成像透镜就可以在 Talbot 距离上观察到光栅本身的像,其图样具有周期性,包含高密度的空域信息,并且对波前倾斜较为敏感^[15],在 X 射线相位成像^[16]、波前传感等领域^[17-18]应用广泛。另外,光栅通过二维刻蚀就可以实现,不需要像微透镜那样具有一定的面型分布,所以基于光栅 Talbot 效应的传感器可以有更多的子孔径数目。因此,这种类型的波前传感器对实时性具有更迫切的需求。

本文针对子孔径数目巨大的 Talbot 效应型波前传感器实时性较差的问题,提出了一种 QRCP 波前重建技术。该技术通过 QRCP 算法分析出最优的采样位置,并将这些位置的数据用于求解复杂波前的 Zernike

多项式系数。仿真实验表明,基于 QRCP 的波前重构技术求解复杂波前的速度比传统方法快,为后者的 224.00 倍。

2 基本原理

2.1 基于 Talbot 效应的波前传感器

基于 Talbot 效应的波前传感器主要利用波前畸变引起的 Talbot 自成像光斑偏移来提取波前斜率,其具体原理如下^[19-20]。

一束携带畸变波前的光束入射到光栅,其透过光栅之前的复振幅表达式可以表示为

$$u_0(x, y) = A \exp(i\phi) \quad (1)$$

式中: A 为光场振幅,在此假定其不变; ϕ 为入射波前对应的相位,可以表示为

$$\phi(x, y) = k\omega(x, y) \quad (2)$$

式中: $\omega(x, y)$ 为入射波前; $k = 2\pi/\lambda$ 为波数,其中 λ 为波长。

假设光栅为二维振幅型余弦光栅,则光栅的透过率函数可以表示为

$$t(x, y) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi x}{d}\right) \right] \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi y}{d}\right) \right] \quad (3)$$

式中: d 为光栅的空间周期。

入射波前受到光栅振幅调制,得到光场 u_1 的表达式为

$$u_1(x, y) = u_0(x, y)t(x, y) \quad (4)$$

将式(1)代入即可得

$$u_1(x, y) = \frac{A}{2} \exp(i\phi) \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi x}{d}\right) \right] \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi y}{d}\right) \right] \quad (5)$$

随着光线沿着入射方向继续传播,在距离光栅 $z_T = 2d^2/\lambda$ 的位置会产生 Talbot 效应的再现像,由于畸变波前的存在,光栅像的子区域会产生不同程度的微小偏移,其偏移量大小和入射波前的斜率以及传播距离成正比,所以自成像振幅分布包含了畸变波前的斜率信息,可以表示为

$$I_T = \left| \frac{A}{2} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{2\pi}{d} \left(x - z_T \frac{\partial \omega_m}{\partial x} \right) \right] \right\} \cdot \left\{ 1 + \cos \left[\frac{2\pi}{d} \left(y - z_T \frac{\partial \omega_m}{\partial y} \right) \right] \right\} \right|^2 \quad (6)$$

式中: ω_m 为待测波前。图 1 展示了 Talbot 效应波前传感器的结构原理和畸变导致的光斑微小偏移,其中 CCD 为电荷耦合器件。

为了从自成像结果提取出波前斜率,需要对 I_T 作傅里叶变换,得到其频谱, I_T 的频谱表达式为

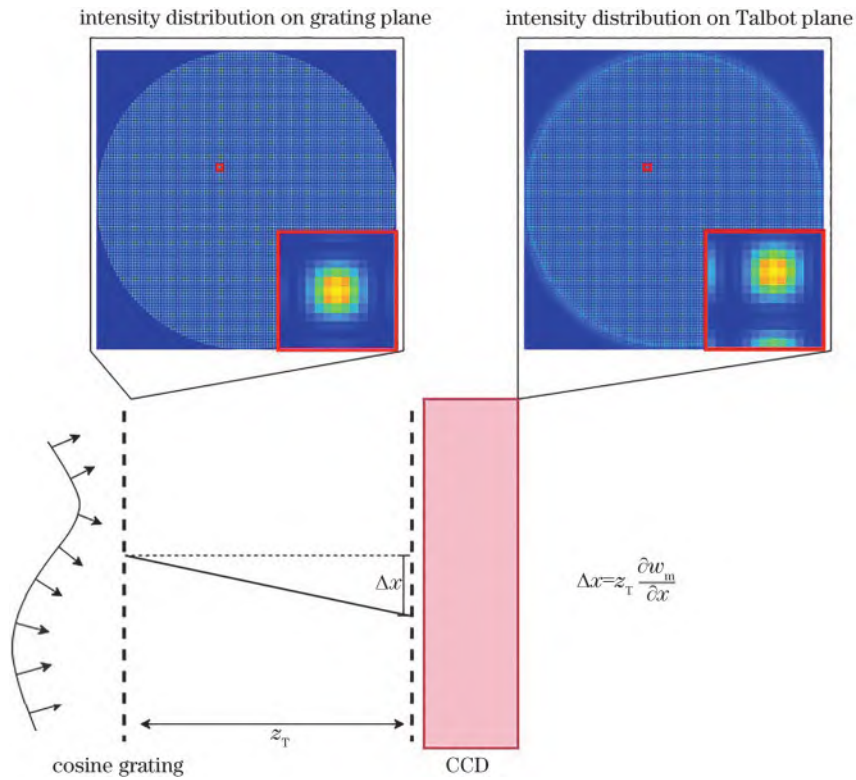


图 1 Talbot 效应波前传感器的原理图

Fig. 1 Schematic diagram of Talbot effect wavefront sensor

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}(I_T) = & A^2 \left\{ \frac{3}{2} \delta(u) + \delta\left(u - \frac{1}{d}\right) \otimes \mathcal{F}\left[\exp\left(-i \frac{2\pi}{d} \cdot \frac{\partial w_m}{\partial x}\right)\right] + \delta\left(u + \frac{1}{d}\right) \otimes \mathcal{F}\left[\exp\left(i \frac{2\pi}{d} \cdot \frac{\partial w_m}{\partial x}\right)\right] + \right. \\
 & \left. \frac{1}{4} \delta\left(u - \frac{2}{d}\right) \otimes \mathcal{F}\left[\exp\left(-i \frac{4\pi}{d} \cdot \frac{\partial w_m}{\partial x}\right)\right] + \frac{1}{4} \delta\left(u + \frac{2}{d}\right) \otimes \mathcal{F}\left[\exp\left(i \frac{4\pi}{d} \cdot \frac{\partial w_m}{\partial x}\right)\right] \right\} \cdot \\
 & \left\{ \frac{3}{2} \delta(v) + \delta\left(v - \frac{1}{d}\right) \otimes \mathcal{F}\left[\exp\left(-i \frac{2\pi}{d} \cdot \frac{\partial w_m}{\partial y}\right)\right] + \delta\left(v + \frac{1}{d}\right) \otimes \mathcal{F}\left[\exp\left(i \frac{2\pi}{d} \cdot \frac{\partial w_m}{\partial y}\right)\right] + \right. \\
 & \left. \frac{1}{4} \delta\left(v - \frac{2}{d}\right) \otimes \mathcal{F}\left[\exp\left(-i \frac{4\pi}{d} \cdot \frac{\partial w_m}{\partial y}\right)\right] + \frac{1}{4} \delta\left(v + \frac{2}{d}\right) \otimes \mathcal{F}\left[\exp\left(i \frac{4\pi}{d} \cdot \frac{\partial w_m}{\partial y}\right)\right] \right\} \quad (7)
 \end{aligned}$$

式中： \otimes 为卷积符号； (u, v) 为频域中的坐标； \mathcal{F} 为傅里叶变换； δ 为狄拉克函数。

因此，根据式(7)可以先通过提取 I_T 频谱在 u, v 两个频谱方向的 1 级分量，然后将其搬移到频谱正中心，

再进行逆傅里叶变换，最后求其幅角来获得波前在 x, y 方向上的斜率。计算出斜率数据后，即可建立方程并求解 Zernike 系数，提取斜率的过程如图 2 所示，其中 FFT 为快速傅里叶变换操作，IFFT 为快速傅里叶

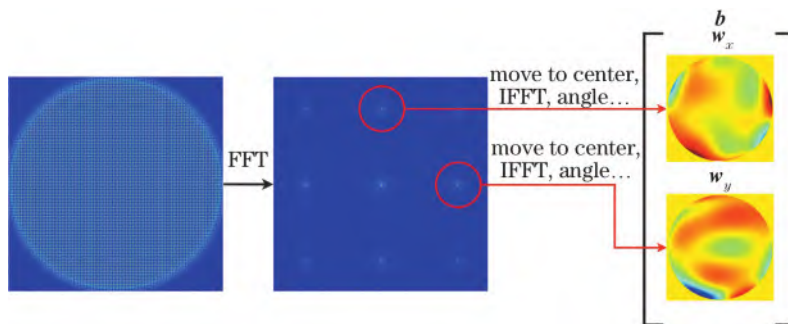


图 2 波前斜率的提取流程图

Fig. 2 Flow chart of wavefront slope extraction

逆变换操作。

一般地,可以将待测波前表示成 Zernike 多项式中 Z_1 到 Z_N 的和,即

$$w_m(x, y) = \sum_{n=1}^N s_n Z_n(x, y) \quad (8)$$

式中: s_n 为 Zernike 多项式的系数; N 为 Zernike 多项式的项数。

基于 Talbot 效应的波前传感器能够得到的数据是波前的斜率分布。若是使用波前斜率求解 Zernike 多项式系数,可以通过对 w_m 的表达式求偏微分来帮助构建方程^[21],具体可表示为

$$\frac{\partial w_m}{\partial x} = \sum_{n=1}^N s_n \frac{\partial Z_n}{\partial x} \quad (9)$$

$$\frac{\partial w_m}{\partial y} = \sum_{n=1}^N s_n \frac{\partial Z_n}{\partial y} \quad (10)$$

将式(9)和(10)两个等式联立可以构建出矩阵方程

$$\mathbf{b} = \Psi \mathbf{s} \quad (11)$$

式中: \mathbf{b} 为测得的波前斜率,是个 M 行的列向量,由 x 方向的波前斜率向量 w_x 和 y 方向的波前斜率向量 w_y 上下拼接而成,也可以表示为

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \end{bmatrix} \quad (12)$$

Ψ 为标准的前 k 项 Zernike 多项式的波前斜率矩阵,该矩阵有 M 行 N 列,其每一列向量 z_n 都和列向量 \mathbf{b} 结构一致,由单阶 Zernike 多项式斜率的列向量 z_{nx}, z_{ny} 拼接组成,具体可表示为

$$z_n = \begin{bmatrix} z_{nx} \\ z_{ny} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\Psi = [z_1, z_2, \dots, z_n, \dots, z_N]_{M \times N} \quad (14)$$

\mathbf{s} 代表系数向量,是待求解的 Zernike 多项式系数,具体可表示为

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_N \end{bmatrix} \quad (15)$$

还可以表示为

$$\mathbf{s} = \text{pinv}(\Psi) \mathbf{b} \quad (16)$$

其中 $\text{pinv}(\Psi)$ 为 Ψ 矩阵的广义逆矩阵,可通过奇异值分解得到。

2.2 QRCP 波前重构法

为了能快速求解 Zernike 系数,本文采用 QRCP 算法对方程的多项式部分进行分析,提取出 Zernike 多项式矩阵 Ψ 的主元所在行,从而简化矩阵的求解过程。类似于压缩感知,对 Ψ 矩阵的简化过程可以表示为 Ψ 乘以压缩采样矩阵 \mathbf{C} ,其中 \mathbf{C} 的每行都只有一个元素为 1,其余为 0。矩阵中 1 的位置代表被保留的数据位置,因而对 \mathbf{b} 或 Ψ 左乘 \mathbf{C} 这一过程能够实现对列向量数据按行筛选。整个方程简化过程的原理图如图 3 所

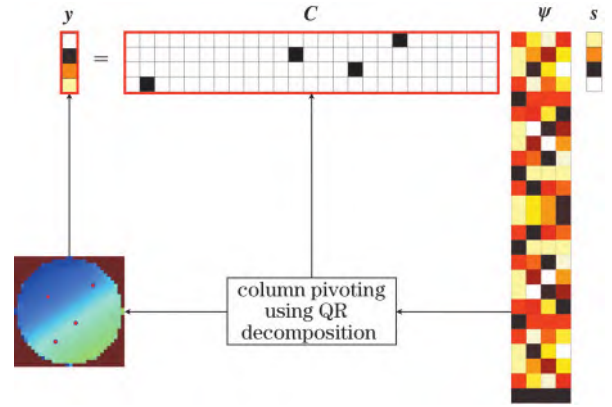


图 3 QRCP 算法压缩 Zernike 方程数据量的流程图

Fig. 3 Flow chart of the QRCP algorithm to compress the data volume of Zernike equation

示,其中向量 \mathbf{y} 代表按照 \mathbf{C} 的位置提取出的待测斜率数据组成的向量,对斜率数据进行压缩得到向量 \mathbf{y} 的过程可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{b} \quad (17)$$

压缩数据后使用广义逆法求解 \mathbf{s} ,即

$$\mathbf{s} = \text{pinv}(\mathbf{C} \Psi) \mathbf{y} \quad (18)$$

如果 Ψ 的行数 $M \leq 2 \times 10^4$,那么获取与 Ψ 对应的 \mathbf{C} 需要进行一次 QRCP 算法,即将 $\Psi \Psi^T$ 矩阵分解为正交矩阵 \mathbf{Q} 和上三角矩阵 \mathbf{R} ,同时得到列置换矩阵 \mathbf{P} 。 $\Psi, \mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$ 的关系可以写作

$$\Psi \Psi^T \mathbf{P} = \mathbf{Q} \mathbf{R} \quad (19)$$

式中: Ψ^T 为 Ψ 的转置。而本文所需的压缩矩阵 \mathbf{C} 是 \mathbf{P} 的转置后的前若干行,即

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_p & \\ & 0 \end{bmatrix} \mathbf{P}^T \quad (20)$$

式中: \mathbf{E}_p 表示大小为 p 的单位矩阵; p 为选取的主元数据量, $p \geq N$ 。

QRCP 算法的整个过程写作 $\text{qr}(\Psi \Psi^T)$,在这个运算中列主元排序的过程利用了向量二范数和信息量的关系,向量的二范数越大,表示该向量数据中包含的信息越丰富。因此, $\text{qr}(\Psi \Psi^T)$ 在每次迭代中首先寻找 $\Psi \Psi^T$ 方阵二范数最大的列向量作为主元,然后从每一列减去该列在主元上的正交投影,用以生成上三角矩阵 \mathbf{R} ,最终得到矩阵 \mathbf{Q}, \mathbf{R} ,以及列主元的位置排序,根据这一排序可以构成 \mathbf{P} 和 \mathbf{C} ,从而保留矩阵的必要主元数据^[13]。主元的位置随着 Ψ 发生变化,与 Ψ 本身有关,只会改变待求的 Zernike 多项式的最大阶数(改变 N 的值),或者整体的采样数目(改变 M 的值)时发生改变。

图 4 阐释了小矩阵 Ψ 的压缩过程,实际压缩过程中, Talbot 效应提取出的波前分辨率较高,斜率数据量较多, Ψ 的行数达到了 $M = 2 \times 10^6$ 。考虑到单次 QRCP 算法无法直接分析 $\Psi \Psi^T$,本文选择先对低分辨率下的 Zernike 多项式矩阵 Ψ 进行一次 QRCP,得到一

部分低分辨率下的主元,这些数据点在高分辨率的图像中对应着一个区域,本文称其为区块(chunks),而后利用区块中的高分辨率数据构造出第一次简化后的 Zernike 多项式矩阵,对该矩阵再次使用 QRCP 算法,

得到高分辨率下的主元位置,最后用这些数据位置的数据进行 Zernike 多项式求解。显然,该方法极大减少了计算所需的数据量,因而也使得方程的求解速度大幅加快。

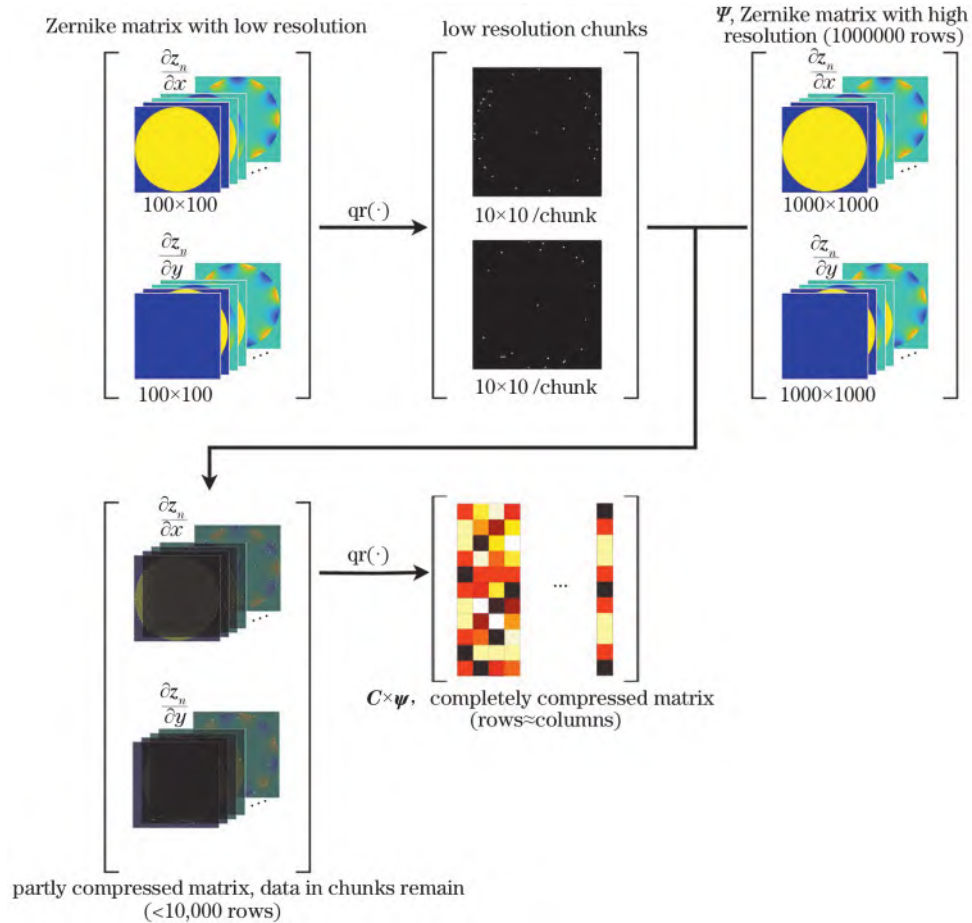


图 4 两次 QRCP 算法压缩 Zernike 多项式矩阵的示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the Zernike matrix compression using QRCP algorithm twice

3 模拟与讨论

按照图 1 所示的光路对传感器进行了仿真。携带畸变波前的入射光场先经过余弦光栅进行振幅调制,然后传播 1 倍的 Talbot 距离 z_T 后,产生携带畸变的光栅再现像并被 CCD 记录,用于波前重构。根据第 2 节波前重构的阐述,对 CCD 记录的自成像进行傅里叶变换提取相位、QRCP 算法压缩数据、广义逆法求解等过程,即可计算出入射波前对应的 Zernike 多项式系数。其中,本文进行的仿真使用的光波长为 600 nm,入射波前和 CCD 分辨率设置为 1000 pixel \times 1000 pixel,像素尺寸为 10 μm ,二维振幅型余弦光栅的周期为 100 μm ,CCD 的接收面设置在 1 倍 Talbot 距离 (33.3 mm) 的位置。

3.1 对单阶 Zernike 像差的重构

主要分析基于 QRCP 对单阶 Zernike 像差的重构能力。

使用峰谷 (PV) 值为 1.2 λ 的第 5 项 Zernike 多项式

(像散) 作为入射波前,经过光栅 Talbot 效应自成像、提取波前斜率、QRCP 压缩、广义逆法求解系数之后,得到如图 5 所示的结果,其中主元数据的位置是通过 QRCP 算法对前 15 项的 Zernike 矩阵进行数据压缩得到的,保留了其中的 15 个数据用于求解 Zernike 系数,误差的 PV 值为 0.011 λ ,均方根 (RMS) 为 0.002 λ ,由于数据量的减少,方程求解的平均耗时为 0.0092 s;不使用 QRCP 得到的重构波前的误差 PV 值为 0.0017 λ ,RMS 为 0.00027 λ ,求解系数的平均耗时为 0.77 s。使用 QRCP 算法对数据进行压缩之后,波前重构速度提升至原来的 83.70 倍。同时,由于数据压缩,重构残差提升至先前的 7.4 倍。

3.2 对复杂 Zernike 像差的重构

主要分析基于 QRCP 算法的 Talbot 效应波前传感器对复杂 Zernike 波前的重构能力,并通过对比较验证 QRCP 算法的波前重构精度。

为了分析该波前传感器对复杂波前的重构能力,本文使用如图 6 所示的 RMS 值为 0.11 λ ,PV 值为

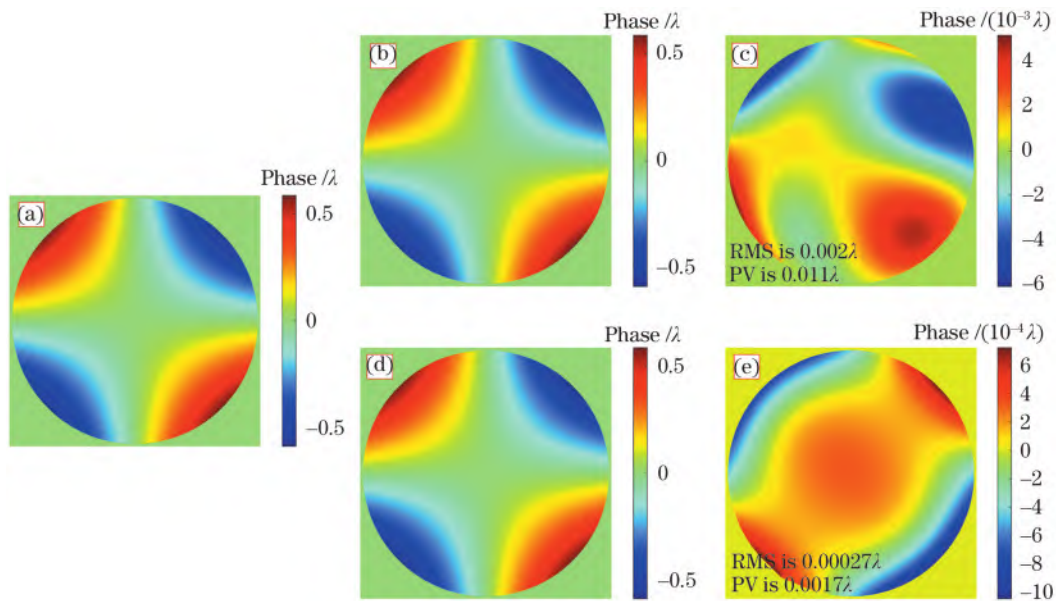


图 5 单阶 Zernike 多项式第五项波前重构结果。(a)输入相位;(b)使用 QRCP 算法提取的主元斜率重构结果;(c)使用 QRCP 算法提取的主元斜率重构结果的残差;(d)完整的波前斜率重构结果;(e)完整的波前斜率重构结果的残差

Fig. 5 Single Zernike polynomial 5th wavefront reconstruction results. (a) Wavefront input; (b) reconstruction result of principal component slope extracted by QRCP algorithm; (c) residual error of reconstruction result of principal component slope extracted by QRCP algorithm; (d) reconstruction result from overall wavefront slope data; (e) residual error of the reconstruction result from overall wavefront slope data

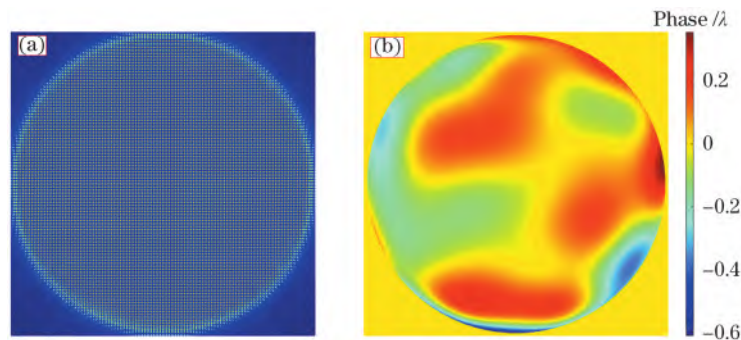


图 6 Talbot 效应的仿真结果和入射波前。(a)Talbot 效应的自成像结果;(b)前 65 项 Zernike 多项式构成的入射波前

Fig. 6 Simulation result of Talbot effect and its input wavefront. (a) Talbot effect self-imaging result; (b) input wavefront composed by the first 65-term Zernike polynomials

0.96 λ 的前 65 项 Zernike 多项式作为待测波前,对前 100 项的 Zernike 多项式矩阵进行 QRCP 压缩。简化后的 Zernike 矩阵保留了 700 行的数据,重构结果如图 7 所示,应用 QRCP 算法求解出的相位残差 RMS 为 0.0200 λ ,PV 值为 0.140 λ 。作为对照,未使用 QRCP 求解出的相位残差的 RMS 为 0.0071 λ ,PV 值为 0.079 λ 。按照 QRCP 得到的索引进行矩阵的压缩和系数求解,重构的平均耗时为 0.025 s,未进行 QRCP 压缩的平均求解耗时为 5.60 s。可见,通过 QRCP,波前重构速度提升至原来的 224.00 倍。同时,使用 QRCP 算法后的残差 RMS 上升至原先的 2.8 倍,但重构精度依然满足大部分波前传感需求。

3.3 QRCP 排序对精度的影响

QRCP 算法的数据排序过程十分重要,如果压缩重

构的过程缺少了对数据优先级的排序,波前的重构精度会明显降低。为了验证 QRCP 算法筛选数据的必要性,进行了相应的仿真实验。仿真打乱了 QRCP 的主元优先级排序,得到了混乱的区块位置和数据位置,如同 8(a)和(b)所示。将乱序后选取的前 700 个数据用于重构波前,得到的波前和残差如图 8(c)和(d)所示。波前的残差 RMS 为 0.15 λ ,PV 值为 1.1 λ 。将图 8(c)~(d)和图 7(g)~(h)进行对比,可以发现,图 7(g)中使用 QRCP 算法进行主元数据重构的波前精度下降较小,图 8(c)中使用乱序后的数据重构的波前精度下降明显。由此可见,在数据量极少的波前重构过程中,按照 QRCP 算法筛选高优先级数据是十分必要的,该方法是本文数据压缩的重要依据,有助于传感器的结构简化,提升自适应光学系统的响应速度。

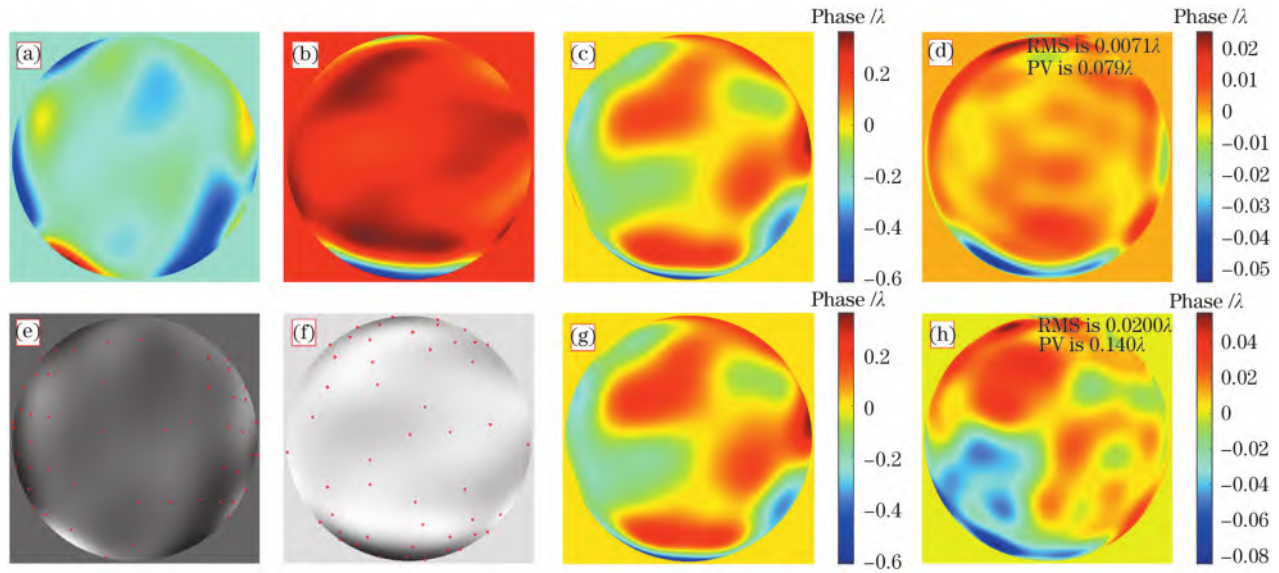


图 7 重构数据和波前重构的结果。(a)(b)使用基于 Talbot 效应的波前传感器提取的波前斜率;(c)使用完整斜率数据重建出的波前;(d)完整斜率数据重建波前的误差;(e)(f)使用 QRCP 得到的区块位置;(g)使用主元数据重建的波前;(h)使用主元数据重建波前的误差

Fig. 7 Reconstruction data and wavefront reconstruction results. (a)(b) Wavefront slope extracted by wavefront sensor based on Talbot effect; (c) wavefront reconstructed from overall slope data; (d) error of the wavefront reconstructed from overall slope data; (e)(f) location of the chunk using QRCP; (g) wavefront reconstructed from pivot data; (h) error of the wavefront reconstructed from pivot data

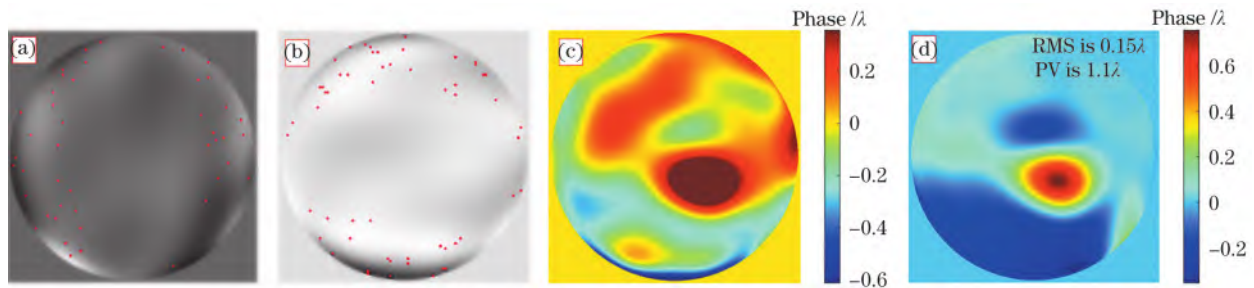


图 8 乱序后保留的重构数据和波前重构的结果。(a)(b)将主元优先级打乱后保留的区块位置;(c)使用乱序数据重建的波前;(d)乱序数据重建波前的误差

Fig. 8 Reconstructed data retained after out-of-order and wavefront reconstruction results. (a)(b) Location of the chunk retained after shuffling the priority of the pivots; (c) wavefront reconstructed from out-of-order data; (d) error of the wavefront reconstructed from out-of-order data

4 结 论

本文通过仿真实现了基于 Talbot 效应的波前重构,并将 QRCP 算法应用于波前重构,通过低、高分辨率下的两次 QRCP,使得波前重构的数据量降低至广义逆法求解的数据量的千分之一量级,仿真重构复杂波前的速度提升至原来的 224.00 倍,计算速度上的提升使得该算法更适用于子孔径数目多且实时性要求高的自适应光学系统。虽然提取到的主元数据能够较好地求解相位特征,维持重建的稳定性,但是相比于先前的完整数据求解,波前重建的精度有所下降,QRCP 重构波前的误差 RMS 为 0.0200λ ,基本满足使用需求;完整数据重构的误差 RMS 更小,为 0.0071λ ,表明所

求算法在精度上依然存在优化提取空间。下一步,将围绕 QRCP 算法波前重构精度展开深入研究。该技术可以应用于波前高速测量,并且压缩数据的方法是一种合理的降维方式,可用于减少基于神经网络的波前传感器的训练数据量。

参 考 文 献

- [1] Wu Y C, Sharma M K, Veeraraghavan A. WISH: wavefront imaging sensor with high resolution[J]. Light: Science & Applications, 2019, 8: 44.
- [2] 胡逸雯, 刘鑫, 匡翠方, 等. 基于深度学习的自适应光学技术研究进展及展望[J]. 中国激光, 2023, 50(11): 1101009.
Hu Y W, Liu X, Kuang C F, et al. Research progress and prospect of adaptive optics based on deep learning[J].

- Chinese Journal of Lasers, 2023, 50(11): 1101009.
- [3] 陶星伏, 翟爱平, 冀文静, 等. 共路移相干涉单像素波前成像用于透镜相位检测[J]. 光学学报, 2024, 44(9): 0912003.
Tao X F, Zhai A P, Ji W J, et al. Phase-shifting common-path interferometry for lens phase detection via single-pixel detector[J]. Acta Optica Sinica, 2024, 44(9): 0912003.
- [4] 丰帆, 李常伟, 张思炯. 离焦型 Shack-Hartmann 传感器的光斑矩波前重建[J]. 光学学报, 2018, 38(6): 0628001.
Feng F, Li C W, Zhang S J. Wavefront reconstruction by a defocused Shack-Hartmann sensor based on moment of spot[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(6): 0628001.
- [5] 桂博瀚, 李常伟. 基于波面分割及多平面相位恢复的定量相位成像技术[J]. 光学学报, 2023, 43(14): 1411002.
Gui B H, Li C W. Quantitative phase imaging technology based on wavefront segmentation and multiplane phase retrieval[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(14): 1411002.
- [6] Polans J, McNabb R P, Izatt J A, et al. Compressed wavefront sensing[J]. Optics Letters, 2014, 39(5): 1189-1192.
- [7] Xu H F, Wu J G. Sparse scanning Hartmann wavefront sensor[J]. Optics Communications, 2023, 530: 129148.
- [8] Cubalchini R. Modal wave-front estimation from phase derivative measurements[J]. Journal of the Optical Society of America, 1979, 69(7): 972-977.
- [9] Thapa D, Raahemifar K, Lakshminarayanan V. Less is more: compressive sensing in optics and image science[J]. Journal of Modern Optics, 2015, 62(6): 415-429.
- [10] Manohar K. Data-driven sensor placement methods[D]. Seattle: University of Washington, 2018.
- [11] Brunton S L, Kutz J. Data-driven science and engineering: machine learning, dynamical systems, and control[M]. New York: Cambridge University Press, 2022: 97-129.
- [12] Manohar K, Brunton B W, Kutz J N, et al. Data-driven sparse sensor placement for reconstruction: demonstrating the benefits of exploiting known patterns[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2018, 38(3): 63-86.
- [13] Davis T A. Algorithm 915, SuiteSparseQR: multifrontal multithreaded rank-revealing sparse QR factorization[J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 2011, 38(1): 1-22.
- [14] Manuylovich E S, Dvoyrin V V, Turitsyn S K. Fast mode decomposition in few-mode fibers[J]. Nature Communications, 2020, 11: 5507.
- [15] Zhou P, Burge J H. Analysis of wavefront propagation using the Talbot effect[J]. Applied Optics, 2010, 49(28): 5351-5359.
- [16] Morgan K S, Paganin D M, Siu K K W. Quantitative single-exposure X-ray phase contrast imaging using a single attenuation grid[J]. Optics Express, 2011, 19(20): 19781-19789.
- [17] 陈升, 李常伟, 张思炯. 基于 Ronchi 光栅 Talbot 效应的相位恢复[J]. 光学学报, 2018, 38(4): 0405001.
Chen S, Li C W, Zhang S J. Phase retrieval based on Talbot effect of Ronchi grating[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(4): 0405001.
- [18] Goloborodko A A. Aberration measuring in the random phase field by the Talbot wavefront sensor[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2022, 39(1): 153-159.
- [19] Goodman J. Introduction to Fourier optics[M]. Greenwood Village, Colorado: Roberts and Company Publishers, 2005.
- [20] Schmidt J D. Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB[M]. Bellingham: SPIE Press, 2010.
- [21] Tyson R K, Frazier B W. Principles of adaptive optics [M]. 5th ed. Abingdon: CRC Press, 2022.