

# 基于改进 STD 法的望远镜塔架动态特性研究\*

杜福嘉<sup>1,2</sup>, 李朋辉<sup>1,2,3</sup>

(1.中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所,江苏 南京 210042;

2.中国科学院天文光学技术重点实验室,江苏 南京 210042;

3.中国科学院大学,北京 100049)

**摘要:**为了精确得到某南极天文望远镜塔架的模态参数,为塔架的动力学修改和主动控制减振提供依据,按一点激励、多点加速度响应对望远镜塔架进行了锤击法模态试验。为了消除 STD 法数据前处理带来的噪声误差,采用改进 STD 法对塔架进行模态识别,用损失函数法和极点稳态图确定模型阶次,并用实测的功率谱密度验证了所识别模态参数的准确性,在 0~100 Hz 的频带范围内,误差减少到了 3.6%,与常规 STD 法相比,改进 STD 法明显提高了模态参数的识别精度。分析结果表明,望远镜塔架第 3 阶和第 4 阶的模态阻尼比相对较小,为塔架的薄弱频率,此结果可以作为动力学修改和望远镜主动控制减振系统调试的依据。

**关键词:**改进 STD 法;随机驱动物子空间法;模态识别;极点稳态图;功率谱密度

中图分类号:TH113.1; TH6 文献标识码:A 文章编号:1001-2354(2019)01-0091-05

DOI:10.13841/j.cnki.jxsj.2019.01.017

## Research on dynamic characteristics of telescope tower based on improved STD

DU Fu-jia<sup>1,2</sup>, LI Peng-hui<sup>1,2,3</sup>

(1. National Astronomical Observatories, Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210042;

2. Key Laboratory of Astronomical Optics & Technology, Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210042;

3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

**Abstract:** In order to accurately obtain the modal parameters of an Antarctic telescope tower and to provide basis for its dynamic modification and active control of vibration reduction, the hammer-based modal experiment is conducted according to the one-point excitation and the multi-point acceleration response. In order to eliminate the noise error caused by STD data pre-processing, the improved STD is applied for modal identification; the loss function and the pole steady figure are employed to determine the mode order; the accuracy of modal parameters is verified by the power spectral density in the frequency domain. The error witnesses a reduction to 3.6% in the frequency range of 0~100 Hz. Compared with the conventional STD, the improved STD significantly improves the identification accuracy of modal parameters. The results show that as for the telescope tower, the modal damping ratios of the third and fourth orders are relatively small, serving as the weak frequency. This study provides reference for the telescope tower's dynamic modification and active control of vibration reduction.

**Key words:** improved STD; stochastic subspace identification; modal parameter identification; pole steady figure; power spectral density

为了获得极佳的观测效果,需要把望远镜架设到塔架上,塔架是望远镜的关键构件之一。南极望远镜对塔架结构的稳定性要求极高,塔架的晃动会严重降低

望远镜成像质量<sup>[1]</sup>。在塔架结构的设计阶段,可以通过有限元动态分析使塔架结构设计合理,但是有限元法建模中忽略结构变形和加工精度的影响,导致计算模

\* 收稿日期 2017-06-20,修订日期 2018-07-11

基金项目 国家自然科学基金资助项目(11373049, 11190013)

型和实际机构存在误差。此外,计算模态分析中阻尼难以处理和边界条件难以准确确定,导致在复杂结构分析中,计算模态分析误差很大<sup>[2]</sup>。因此,在结构加工完成后,需要对结构进行试验模态分析,确定其动态特性。

模态参数识别是试验模态分析的核心内容,模态参数识别有时域法和频域法,其中时域法包括 ITD 法、复指数法、ERA 算法等。STD 法是基于 ITD 法的改进算法,与 ITD 法相比,STD 法直接构造 Hessenberg 矩阵,避免了对特征值矩阵进行 QR 分解,使计算量大为减少,所以 STD 法具有比较高的运算速度,这有利于提高模态参数识别的实时性。因此,STD 算法在工程实践中得到了广泛的应用。比如:孟昭博等<sup>[3]</sup>用 STD 法识别了光岳楼木结构的模态频率;杜飞平等<sup>[4]</sup>将 STD 法应用到火箭发动机模态参数辨识领域,并得到了较高的识别精度。然而,STD 法也存在用户选择参数困难、难以定阶等不足,近年来,人们针对 STD 法的不足,提出了诸多改进措施:张方银等<sup>[5]</sup>结合实测经验,对 STD 法各个用户参数对识别结果的影响进行讨论,提出了选择各个用户参数的建议。段吉安等<sup>[6]</sup>对 STD 法难以进行适当定阶的不足,提出逐步扩阶 STD 法,对系统进行递推扩阶,解决了定阶的困难。运用 STD 法模态识别,需采用自然激励技术或随机减量法对采集的时域数据进行预处理,得到随机衰减曲线,而预处理会产生不可避免的误差,比如,输出长度的取值有一定的主观影响,进而产生偏差。为了消除预处理产生的误差,将随机子空间法 (SSI) 中  $P$  矩阵中的数据作为 STD 法的输入,经过正交投影计算得到的  $P$  矩阵中的数据,在去除噪声的同时,保留了原始数据的所有信息<sup>[7]</sup>,改进之后的 STD 法不再需要进行数据前处理,避免了数据前处理带来的误差,同时保证了较高的识别精度和运算速度。

文中介绍了应用改进 STD 法的试验模态分析方法,并进行了望远镜塔架的锤击法模态试验,对所得数据分别用改进 STD 法和 STD 法进行了分析,通过极点的稳态图得到了其固有特性,并通过功率谱密度法验证了所得固有特性的可靠性。

## 1 改进 STD 法

STD 法 (Sparse Time Domain algorithm) 是一种用结构自由振动相应的位移、速度或加速度时域信号进行模态参数识别的方法<sup>[8]</sup>。

取包括实际和虚拟测点的  $H(H=2N)$  个测点,  $K$  个

时刻实测数据构成的振动响应矩阵的关系式为:

$$X_{H \times K} = \Phi_{H \times H} Y_{H \times K} \quad (1)$$

式中:  $X_{H \times K}$ —— $H$  个测点在  $K$  个时刻的自由振动响应矩阵;

$\Phi_{H \times H}$ ——振型向量矩阵;

$Y_{H \times K}$ ——特征值矩阵。

取同样  $H$  个测点, 延时  $\Delta t$  的  $K$  个时刻的实测数据  $\check{X}_i(t_k)$  为:

$$\check{X}_i(t_k) = X_i(t_k + \Delta t) = X_i(t_{k+1}) \quad (2)$$

式中:  $X_i(t_k)$ ——实测数据;

$i$ ——第  $i$  个测点。

则构成的自由振动延时响应矩阵的关系式为:

$$\check{X}_{H \times K} = \check{\Phi}_{H \times H} Y_{H \times K} \quad (3)$$

从式(1)和式(3)可以看出,  $X$  和  $\check{X}$  之间存在线性关系, 即:

$$\check{X} = XB \quad (4)$$

由式(3)和式(4)可知, 矩阵  $B$  具有如下形式:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & b_1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & b_H \end{bmatrix} \quad (5)$$

$B$  是仅有一列未知的 Hessenberg 矩阵:

$$Bb = \check{x}_H \quad (6)$$

式中:  $b = [b_1, b_2, \dots, b_{2N}]^T$ ;

$\check{x}_H$ ——矩阵  $\check{X}$  的第  $H$  列元素。

则  $b$  可表示为:

$$b = (XX^T)^{-1} X^T \check{x}_H \quad (7)$$

将已知  $b$  代入式(5), 得到  $B$ , 结合式(1)和式(3)经整理后得:

$$B\gamma^{-1} = \gamma^{-1}\alpha \quad (8)$$

式(8)是一个标准的特征方程,  $\alpha$  为对角矩阵。由矩阵  $B$  的特征值  $e^{s_r \Delta t}$  ( $s_r$  为系统的第  $r$  阶特征值;  $r=1, 2, \dots, 2N$ ), 按式(8)可求出模态频率和阻尼比, 则结构的振型表达式为:

$$V_{K \times 2N} \Phi_{2N \times 1} = h_{K \times 1} \quad (9)$$

式中:  $V_{K \times 2N}$ ——特征值矩阵;

$h_{K \times 1}$ ——某个测点在  $K$  个时刻的响应。

STD 法的输入为自由振动响应矩阵, 为了得到自由响应矩阵须对采集的时域数据进行预处理, 而预处理会产生不可避免的误差, 为了避免预处理产生的误差, 将数据驱动随机子空间法 (SSI) 中的  $P$  矩阵中的数据作为 STD 法的输入。

SSI 先构造 Hankel 矩阵, 然后将 Hankel 矩阵的前

$i$  行组成的矩阵  $Y_p$  投影到 Hankel 矩阵第  $i+1 \sim 2i$  行组成的矩阵  $Y_f$  上,通过正交投影变换得到  $P$  矩阵,保留了  $Y_f$  中所有信息的同时,去除  $Y_p$  中的观测噪声<sup>[9]</sup>:

$$P = \frac{Y_f}{Y_p} = O_f \check{X}_f = \begin{bmatrix} C\check{x}_i & C\check{x}_{i+1} & \cdots & C\check{x}_{i+j-1} \\ CA\check{x}_i & CA\check{x}_{i+1} & \cdots & CA\check{x}_{i+j-1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ CA^{i-1}\check{x}_i & CA^{i-1}\check{x}_{i+1} & \cdots & CA^{i-1}\check{x}_{i+j-1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: $A, C$ ——状态矩阵;

$O_f$ ——投影矩阵;

$\check{X}_f$ ——状态矩阵。

式(10)中,第 1 行到第  $m$  行看作响应矩阵  $X$ ,第 2 行到第  $m+1$  行看作第 1 行延时  $\Delta t$  的矩阵  $\check{X}$ ,其中,  $0 < m < i$ 。

## 2 望远镜塔架试验系统

望远镜塔架是一个 3 层钢框架结构,跨度 0.45 m, 1~3 层层高分别是 0.57, 0.47, 0.47 m, 每层质量均为 31.8 kg。材料选用 Q235A 钢,其弹性模量为  $2.1 \times 10^{11}$  Pa,泊松比为 0.3。以集中质量模型作为塔架的模型(如图 1 所示),则塔架的无阻尼自由振动方程为:

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad (11)$$

式中: $M$ ——质量矩阵,  $M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$ ;

$K$ ——刚度矩阵,  $K = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$ ;

$k_1, k_2, k_3$ ——各层的侧移刚度。

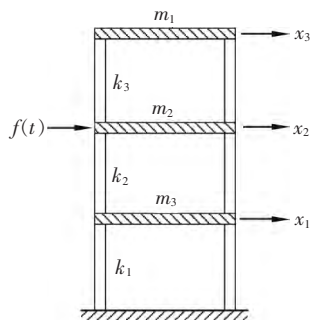


图 1 塔架结构简化模型

望远镜塔架试验系统的简化图如图 2 所示。根据望远镜塔架系统的实际安装情况进行约束模态试验,试验系统由试验激励系统和数据采集系统两部分组成。采用力锤作为塔架的激振源。数据采集系统包括力

传感器、加速度传感器、位移传感器、信号采集装置。试验时,由于塔架比较高,质量刚度分布不均,故设置了 3 个激励点、6 个加速度传感器(分别采集每层 2 个相互垂直方向的数据,每 3 个 1 组)和 1 个位移传感器。加速度传感器为 ICP/IEPE 型,激励信号和响应信号被传输到 UEI 公司的 DNA-AI-211 卡完成振动数据转换,整个系统的采样频率是 2 048 Hz,所有的数据通过离线的方式进行分析处理。试验中使用仪器如表 1 所示。

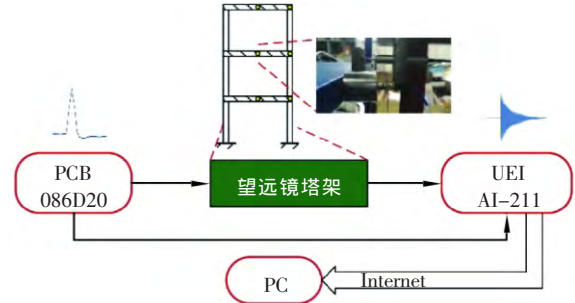


图 2 望远镜塔架试验系统简化图

为尽可能提高试验数据的准确性和可靠性,识别出所有的模态参数,根据理论模态分析的结果<sup>[10]</sup>,将加速度传感器和位移传感器安装在每层塔架中心位置。

表 1 试验仪器和设备

仪器名称	数量/个	仪器型号
加速度传感器	6	393B04(PCB)
位移传感器	1	LVDT
力锤	1	86D20(PCB)
数据采集卡	1	DNA-AI-211(UEI)

图 3 是测得加速度的时程曲线,不同测点在相同激励下的加速度幅值大小略有不同,但是整体的趋势是相同的,说明了响应数据采集的准确性。

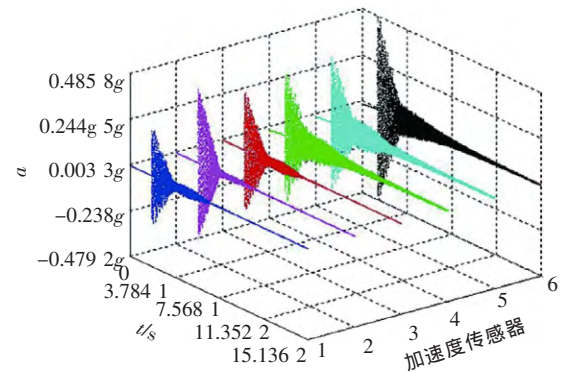


图 3 加速度时程曲线

## 3 模态参数辨识

经有限元振型贡献率分析,望远镜塔架的前 5 阶振型贡献率已经达到了 99%,其余高阶模态参与结构振动

的成分极小。因此,用远小于结构自由度数目的振型就可大致反映出结构的振动<sup>[11-12]</sup>,故主要分析结构 1~5 阶的模态参数。从 1 阶模型开始,依次增加模型阶次,用各阶数学模型拟合实测的数据得到对系统识别的模态参数。

在模态参数识别中,模型的阶数通常被设得很高,以减少估计偏差,并获得结构的所有特性,但是随着模型阶次的增加,测量噪声的影响会增大。因此,找到一个最佳的模型阶次是时域模态辨识的难点<sup>[13]</sup>。根据误差随模型阶次分布的损失函数检验法常被用来确定模型阶次,损失函数也可以对预测模型的有效性进行评价。损失函数有多种形式,如 MLINEX, LINEX 等,但是普遍应用的是误差平方损失函数,其定义为:

$$e = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = (\check{\boldsymbol{h}}_{2n} - \boldsymbol{h}_{2n})^T (\check{\boldsymbol{h}}_{2n} - \boldsymbol{h}_{2n}) \quad (12)$$

式中: $\check{\boldsymbol{h}}_{2n}$ ——拟合的自由振动响应曲线一维向量;

$\boldsymbol{h}_{2n}$ ——实际的自由振动响应曲线一维向量。

根据式(12)绘出的模型阶次与误差平方和的关系如图 4 所示,由图 4 可以看出,当模型阶次大于 20 时,误差平方和显著下降,因此,模型的实际阶次应该大于 20。

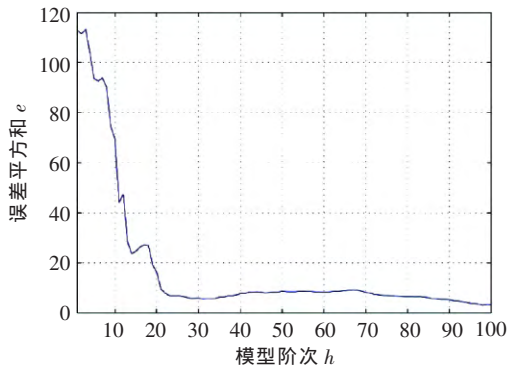


图 4 总方差与模型阶次关系图

当辨识模型的模型阶次很高时,计算结果中不仅包含结构的物理极点,而且会出现一些与结构无关的计算极点。望远镜塔架的物理极点不会因计算模型阶次的变化而改变,随着模型阶次的增大而趋于稳定,而计算极点则随计算模型阶次的变化在整个频带内弥散分布。为了将结构物理极点与计算极点区分,引入极点稳态图。

将各阶数学模型计算出的极点和频响函数放在一张图上,得到改进 STD 法的系统极点稳态图,如图 5 所示。稳态图的横轴表示识别出的极点频率,左侧纵轴表示频响函数幅值,右侧纵轴表示求解的数学模型的阶次,空心圆圈为改进 STD 法识别所得的极点,6 种彩色的实线为 6 个加速度的频响函数,黑色实线为 6 个频响函数之和。

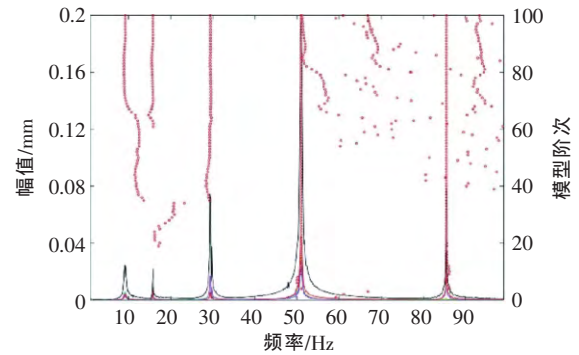


图 5 改进 STD 法得到的极点稳态图

从图 5 可看出,随着模型拟合阶次的增加,改进 STD 法识别的极点收敛到 5 个频率处,当模型阶次大于 65 时,收敛的极点趋于稳定,故模型阶次最终定为 65 阶。当模型拟合的阶次再增加时,改进 STD 法对阶次不敏感,识别结果具有相当好的稳定性。试验数据不可避免地带有不同程度的噪声,算例也证明了改进 STD 法具有很好的抗噪能力。

为了了解改进 STD 法曲线拟合的效果,绘出实测的自由振动响应曲线与 STD 法 20 阶、65 阶、100 阶拟合的自由振动响应曲线的对比图,如图 6 所示。从图 6 中的局部放大图可以看出:STD 法 65 阶拟合曲线的效果明显比 20 阶拟合的效果好,误差平方和从 20 阶的 18.340 8 减小到 7.039 4;100 阶拟合效果与 65 阶拟合效果差别极小,误差平方和从 65 阶的 7.039 4 减少到 3.334 4。由此可以推断出模型阶次增加到 65 阶之后,随着模型阶次的增加,曲线拟合效果不再发生显著变化,从而验证了极点稳态图确定的模型阶次的正确性。

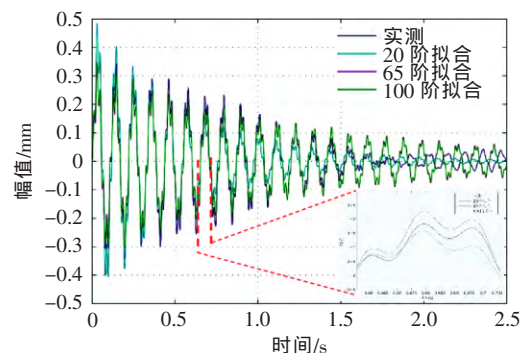


图 6 实测与拟合的自由振动响应曲线对比图

为了进一步验证所识别系统模态参数的可靠性,使用 6 组加速度参数,采用 Periodogram 法估计的功率谱密度 PSD (Power Spectral Density) 如图 7 所示,前 3 组数据和后 3 组数据采集的方向不同,塔架形状非严格对称导致峰值点数目不同。同方向采集的 3 组数据,具有相同数量的峰值,具有十分相近的峰值频率。与力锤激励方向平行的 3 组数据得到的功率谱没有激发出

第2阶和第5阶模态。

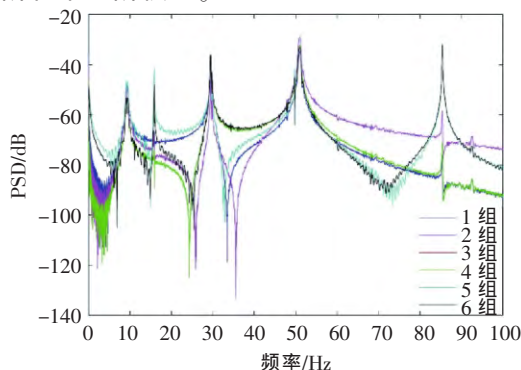


图7 Periodogram法估计的功率谱密度

通过改进STD法、STD法和功率谱密度得到塔架的模态频率及改进前后的STD法得到的模态频率相对于功率谱密度得到的模态频率的相对误差,如表2所示。从表2可看出:改进方法明显提高了对频率等结构模态参数的识别精度,相比常规STD法,改进STD的模态频率误差从7.8%降到了3.6%;改进STD法和STD法的辨识结果相当接近,且辨识结果同功率谱密度法所得结果吻合得较好,进一步验证了改进STD法的有效性。

通过改进STD法得到的模态参数如表3所示。

表2 测得的模态频率

阶次	改进STD法		STD法		功率谱密度 模态频率/Hz
	模态频率/Hz	相对误差/%	模态频率/Hz	相对误差/%	
1	8.916 2	3.6	9.275 4	7.8	8.605 1
2	15.602 6	1.6	15.860 9	3.3	15.353 6
3	29.052 4	1.1	29.469 4	2.5	28.735 6
4	50.498 3	0.7	50.929 0	1.5	50.155 4
5	84.796 7	0.4	85.430 3	1.1	84.466 5

表3 改进STD法得到的模态参数

阶次	模态频率 $\omega$ /Hz	阻尼比 $\xi$	振型系数
1	8.916 2	0.029 0	-0.008 7
2	15.602 6	0.376 1	0.070 8
3	29.052 4	0.003 0	-0.006 5
4	50.498 3	0.001 8	0.114 1
5	84.796 7	0.031 1	-0.034 8

从表3可看出,第3阶和第4阶的模态阻尼比相对较小,由振动理论可知,阻尼比越小,则振动幅度越大、衰减速度越慢、噪声强度越大<sup>[14]</sup>。因此,第3阶和第4阶模态频率为塔架的薄弱频率,塔架结构有待改进。

## 4 结论

(1)通过锤击法模态试验和数据分析,得到实际和拟合的总方差和模型阶次的关系图,通过损失函数检验法和极点稳态图,将改进STD法的模型阶次最终定为65阶。

(2)通过望远镜塔架锤击法模态试验验证了改进STD法对模态参数识别的可行性,识别结果表明,改进方法明显提高了对频率等结构模态参数的识别精度,相对误差从7.8%降到了3.6%。

(3)通过功率谱密度法进一步验证了识别的模态参数的准确性和改进STD法的可行性。

(4)由两种辨识算法和非参数化模型识别出第3阶和第4阶模态频率处为薄弱频率,有待动力学改进。

## 参考文献

- [1] 廖宏宇. 风载对大口径光电望远镜跟踪误差的影响分析[D].北京:中国科学院大学,2014.
- [2] Fabio Pioldi, Rosalba Ferrari, Egidio Rizzi. Output-only modal dynamic identification of frames by a refined FDD algorithm at seismic input and high damping[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 68-69:265-291.
- [3] 孟昭博,胡博森,赵庆双,等.基于STD法的光岳楼木结构自振频率计算[J].聊城大学学报:自然科学版,2015,28(4):37-41.
- [4] 杜飞平,谭永华,陈建华.基于ITD和STD的液体火箭发动机模态参数辨识方法[J].火箭推进,2012,38(3):34-39.
- [5] 张方银,潘家英,程庆国,等.STD时域模态参数识别法的应用参数研究[J].中国铁道科学,1996,17(2):1-10.
- [6] 段吉安,虞烈,谢友柏.模态参数时域识别的逐步扩阶方法[J].西安交通大学学报,1998(6):103-104.
- [7] 杨佑发,甘琳,李华新,等.模态参数辨识改进算法及其在振动台试验中的应用[J].重庆大学学报,2013,36(12):64-69.
- [8] 王济.MATLAB在振动信号处理中的应用[M].北京:中国水利水电出版社,2005.
- [9] 辛峻峰,盛进路,张永波.数据驱动随机子空间法矩阵维数选择与噪声问题研究[J].振动与冲击,2013,32(16):152-157.
- [10] 何卫东,吴鑫辉.机器人用RV减速器模态分析与试验[J].机械设计,2016,33(11):72-76.
- [11] 李小珍,蔡婧,强士中.南京长江二桥南汉桥地震反应的主动控制及AMD系统参数设计[J].工程力学,2003,20(4):78-85.
- [12] 郑光泽,陈龙,袁林.复杂结构试验模态振型高效识别方法研究[J].机械设计,2016,33(5):55-59.
- [13] Fereidoun Amini. Underdetermined blind modal identification of structures by earthquake and ambient vibration measurements via sparse component analysis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016,366:117-132.
- [14] 刘玉峰,张晓钟.门式起重机的模态分析[J].机械设计,2012,29(3):18-22.

作者简介:杜福嘉(1975—),男,副研究员,博士,主要从事望远镜控制技术、极端环境影响等方面的研究。E-mail: fjd@niaot.ac.cn  
李朋辉(通信作者)(1991—),男,硕士研究生,主要从事精密仪器及机械、模态识别与模态分析等方面的研究。  
E-mail: yangwangpo@126.com