# 离焦型 Shack-Hartmann 传感器的光斑矩波前重建

丰帆<sup>1,2,3</sup>, 李常伟<sup>1,2</sup>, 张思炯<sup>1,2</sup>

1中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所, 江苏 南京 210042; 2中国科学院天文光学技术重点实验室, 江苏 南京 210042; 3中国科学院大学, 北京 100049

摘要 将光斑矩推广应用到离焦型 Shack-Hartmann 波前传感器中,提出了一种高精度的波前重建方法。针对离焦型 Shack-Hartmann 波前传感器,不仅提取了每一个微透镜光斑的质心偏移量,而且提取了每一个光斑的二阶矩,用于计算波前的局部斜率和局部曲率。将传统 Shack-Hartmann 传感器利用波前局部斜率进行波前重构的算法,推广到同时利用波前的局部斜率和局部曲率进行波前重构,并进行了数值模拟研究。数值模拟结果表明:所提波前重建算法可以进行高精度的波前重建。将 peaks 函数作为输入波前,采用所提波前重建算法得到的波前残差RMS 为 0.0327λ,小于常规算法的 0.0903λ,表明所提算法可以显著地提高波前重建精度。

关键词 传感器;主动或自适应光学;波前传感;二阶矩; Shack-Hartmann 传感器

中图分类号 TP212.9 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0628001

## Wavefront Reconstruction by a Defocused Shack-Hartmann Sensor Based on Moment of Spot

Feng Fan<sup>1,2,3</sup>, Li Changwei<sup>1,2</sup>, Zhang Sijiong<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Nanjing, Jiangsu 210042, China;

<sup>2</sup> Key Laboratory of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing, Jiangsu 210042, China;

<sup>3</sup> University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract This article presents a hybrid algorithm for improving the accuracy of wavefront reconstruction of a defocused Shack-Hartmann wavefront sensor using the moment method. For a defocused Shack-Hartmann sensor, not only the shift of centroid for each microlens spot but also the second-order moment of each spot are extracted for calculating the local slopes and curvatures of the input wavefront. To improve the accuracy of the wavefront reconstruction, we employ these calculated slopes and curvatures to reconstructure the input wavefront instead of just using the calculated slopes for the conventional Shack-Hartmann sensor. The proposed method is verified by numerical simulations. It shows that the proposed method is useful for wavefront reconstruction with high accuracy. For example, the root mean square value of the residual wavefront error for reconstruction of the peaks function is  $0.0327\lambda$  using the proposed method, which is smaller than that, i.e.,  $0.0903\lambda$ , using the conventional method, indicating the proposed method can significantly improve the accuracy of the wavefront reconstruction.

**Key words** sensor; active or adaptive optics; wavefront sensing; second-order moments; Shack-Hartmann sensor **OCIS codes** 280.4788; 010.1080; 010.7350

## 1 引 言

长久以来,相位测量一直是光学界的研究热点 之一。现有测量方法主要可分为干涉法[1]、倾斜或 曲率传感法[2]以及基于强度测量的迭代或优化算法[3-5]三类。每种方法以及各种衍生与交叉技术在不同领域都有着广泛应用。一般而言,干涉法测量精度较高,但对光源相干性和信噪比要求高;倾斜或

收稿日期: 2017-11-27; 收到修改稿日期: 2018-01-05

基金项目: 国家自然科学基金(11373048,11573047)、国家自然科学基金青年科学基金(11403066)

作者简介:丰帆(1991—),男,博士研究生,主要从事自适应光学相关技术方面的研究。 E-mail:ffeng@niaot.ac.cn

导师简介: 张思炯(1964--),男,博士,研究员,博士生导师,主要从事自适应光学相关技术方面的研究。

E-mail: sjzhang@niaot.ac.cn(通信联系人)

曲率传感器的测量速度较快,包括常用的 Shack-Hartmann 传感器(SHWFS)<sup>[2,6]</sup>、曲率传感器<sup>[7]</sup>、光场相机<sup>[8]</sup>、棱锥传感器<sup>[9]</sup>等;迭代或优化算法虽然精度很高,但是迭代计算需要较长的时间,不能实时处理数据,另外迭代算法也存在收敛不确定等问题。

SHWFS 是一种常用的波前传感器件,是Shack等[10]基于 Hartmann 传感器改进而来的,一般由微透镜阵列与探测元件组成,通过每一个光斑质心的偏移来估算对应区域局部波前的斜率,再通过局部有限差分法[11]或正交基模式法[2,11]重建整体波前。SHWFS 具有结构简单、稳定、速度快、暗光测量能力强等特点,在天文等领域有广泛应用。

地基大口径天文望远镜自适应光学(AO)系统 常将 SHWFS 作为波前探测器, 而 SHWFS 的透镜 阵列空间采样率要兼顾观测导星亮度和光斑信噪 比,才能获得更好的观测效果。Rousset 等[12] 比较 了采用两种不同空间采样率的 SHWFS 的观测效 果,指出将  $8\sim13$  等星的亮光源作为导星时,使用采 样率为  $14 \times 14$  的微透镜阵列,可以得到较高的斯特 列尔比,将  $14\sim18$  等星的暗光源作为导星时,使用 7×7 的微透镜阵列可以获得更好的观测效果。下 一代 Keck 望远镜 AO 概念设计中配备了 4 个微透 镜阵列在采样率  $8\times8$  到  $64\times64$  之间切换,在导星 越暗时使用更稀疏的采样[13],但这种方法在更换微 透镜阵列时有严格的交换和对准公差,定制的微透 镜阵列制造成本高昂[14]。虽然采用采样率低的微 透镜阵列获得的光斑具有更好的信噪比,但是由于 采样率低,导致重构的波前精度较低,无法针对暗弱 导星目标进行高精度观测。

针对以上问题,本文提出了一种基于光斑一阶矩和二阶矩的离焦型 SHWFS 波前重建法,用于提高低采样率下的 SHWFS 波前重建精度。首先以单个微透镜为例,阐述了单透镜离焦面上光强的一阶原点矩和二阶中心矩与输入波前多项式一次系数和二次系数的关系,然后在常规 Zernike 模式一阶偏导的波前重建算法。在此基础上利用傅里叶光学理论和角谱传播进行了波前重建的数值模拟实验,并给出了本文方案与常规方案的模拟重建结果与对比。

## 2 理论模型

2.1 光斑矩与波前多项式系数之间的关系 令一均匀照明的复振幅通过光瞳后为

$$H(r) = AP(r) \exp[i\phi(r)],$$
 (1)

式中:r = (x,y)为入瞳面归一化两维坐标;A为振幅; $\phi(r)$ 为波前畸变函数;P(r)为光瞳函数,其中,

$$P(r) = \begin{cases} 1, & r \leqslant r_{\rm p}, \\ 0, & r > r_{\rm p}, \end{cases} \tag{2}$$

式中: $r_p$ 为光瞳内外的判定坐标。光强函数为复振幅与其共轭的乘积:

$$I(r) = H(r)H^*(r)_{\circ} \tag{3}$$

为了简化后面的推导,约定此时的振幅 A 恰好可使该光强能量归一化,即

$$\int I(r) \, \mathrm{d}r = 1_{\,\circ} \tag{4}$$

该光强函数的原点矩分布  $M_{pq}(0)^{[15]}$ 可定义为

$$M_{pq}(0) = \int x^p y^q I(r) dr, \qquad (5)$$

式中:p和q分别为矩在两个方向上的阶数。当积分 区域为对称结构时,如光学孔径中常用的方形或圆形,并且x或y的幂次为奇数时,该积分等于零,即

$$\int_{C} x^{p} y^{q} I(r) dr = 0, p \| q = 2e + 1, e = 0, 1, 2, \dots,$$
(6)

式中:C为方形或圆形的积分区域。由 $(4)\sim(6)$ 式容易得到:

$$\begin{cases}
M_{00}(0) = 1 \\
M_{10}(0) = 0 \\
M_{01}(0) = 0 \\
M_{11}(0) = 0
\end{cases}$$
(7)

令复振幅 H(r)在焦距为 f的正透镜前表面, 其后 z 距离处的光强为  $I_z(r_0)$ ,其原点矩分布  $M_{pq}(z)$ 和中心矩分布  $S_{pq}(z)$ 可分别定义为

$$\begin{cases} M_{pq}(z) = \int x_0^p y_0^q I_z(r_0) dr_0 \\ S_{pq}(z) = \int [x_0 - M_{10}(z)]^p [y_0 - M_{01}(z)]^q I_z(r_0) dr_0 \end{cases}$$
(8)

式中: $r_0 = (x_0, y_0)$ 为光瞳面后 z 距离处测量面内的归一化 2 维坐标。本研究中光斑中心矩的定义参考原点矩定义以及一般的统计理论给出。

另一方面,对波前函数做一般多项式展开:

$$\phi(r) = \sum_{g=1}^{g_{\text{max}}} \sum_{h=0}^{g} \phi_{g-h,h} x^{g-h} y^{h}, \qquad (9)$$

式中: $\phi_{g-h,h}$ 为多项式分解系数; $g_{max}$ 为最大分解阶数;g-h和h分别为两个方向的阶数。

关于原点矩  $M_{pq}(z)$ 与波前系数  $\phi_{mn}$ 的关系可参考文献[15]。下面给出其一阶原点矩和本研究使

用的二阶中心矩与波前系数的关系。

对一阶原点矩[15],即质心为

$$M_{10}(z) = (1 - \alpha/\alpha_1)M_{10}(0) + \alpha \int \phi_x I dr$$
, (10)

式中: $\alpha = \frac{\lambda z}{2\pi}$ ; $\alpha_1 = \frac{\lambda f}{2\pi}$ ; $\phi_x$ 为  $\phi$  在 x 方向的一阶偏导

数。仅考虑波前畸变多项式展开的二次项和线性项,则波前畸变函数可近似表示为

$$\phi \approx \phi_{10}x + \phi_{01}y + \phi_{20}x^{2} + \phi_{02}y^{2} + \phi_{11}xy.$$
(11)

波前常数项对成像无影响,已忽略。波前可近似为其多项式前二次项之和,这意味着此波前须为缓变波前。由(7)式和(11)式可知,(10)式变为

$$M_{10}(z) = \alpha \phi_{10} \, , \tag{12}$$

同理可得到  $\phi$ <sub>01</sub>的表达式。(12)式与图 1(a)所示相同,质心与局部波前的倾斜呈正比,该结果是SHWFS 常规算法的基本依据。

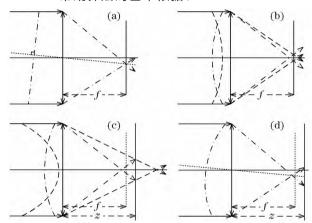


图 1 单个微透镜在焦面和离焦面上测倾斜波面与 二次波面示意图。(a)焦面上测倾斜波面;

- (b)焦面上测二次波面;(c)离焦面上测二次波前;
  - (d) 离焦面上同时测倾斜波面与二次波面

Fig. 1 Conceptual schematics for a single microlens sensing inclined wavefront and curved wavefront.

- (a) Inclined wavefront on the focal plane;
- (b) curved wavefront on the focal plane;
- (c) curved wavefront on a defocused plane; (d) both inclined wavefront and curved wavefront on a defocused plane

### 对二阶中心矩

$$S_{20}(z) = M_{20}(0) \left[ (1 - \alpha/\alpha_1 + 2\alpha\phi_{20})^2 + \alpha^2\phi_{11}^2 \right] + \Delta_{p,x},$$
(13)

当满足条件 $|1-\alpha/\alpha_1|\gg \alpha$ 时,意味着传播距离 z比 f足够大或足够小,则  $\phi_{11}^{21}$ 项可忽略,仅保留线性项。 光瞳函数引起的衍射项  $\Delta_{p,x}$ 可在校准阶段用平行光照明测得。则(13)式的近似解可表示为

$$\begin{cases}
\left[\frac{S_{20}(z)}{M_{20}(0)}\right]^{1/2} \approx 1 - \alpha/\alpha_1 + 2\alpha\phi_{20} + \Delta'_{\rho,x}, \\
1 - \alpha/\alpha_1 > 0, \\
-\left[\frac{S_{20}(z)}{M_{20}(0)}\right]^{1/2} \approx 1 - \alpha/\alpha_1 + 2\alpha\phi_{20} + \Delta'_{\rho,x}, \\
1 - \alpha/\alpha_1 < 0,
\end{cases}$$
(14)

同理可得到  $\phi_{02}$ 的表达式。(14)式与图 1(c)中的点划线解相同,在无其他先验信息时,波前二次项系数  $\phi_{02}$ 选择绝对值更小的解时得到正确解的概率更大。当离焦距离增大时,(13)式两个解的绝对值差异变大, $\phi_{02}$ 选择绝对值更小的解会得到更高的置信度。当二次项系数的分布范围和离焦距离适宜时,(14)式可较好地工作,此时光斑大小与局部波前的二次项系数线性相关。图 1(b)表示在焦面时,波前二次项系数有 2 个绝对值相等或非常接近的解(点划线解与虚线解),在无其他先验信息时无法认定任何一方正确。

对二阶混合中心矩:

$$S_{11}(z) = (1 - \alpha/\alpha_1)\alpha\phi_{11}[M_{20}(0) + M_{02}(0)] + 2\alpha^2\phi_{11}[\phi_{20}M_{20}(0) + \phi_{02}M_{02}(0)], \quad (15)$$

当满足条件 $|1-\alpha/\alpha_1|\gg\alpha$ 时,(15)式右侧的前一项远大于后一项,故可省略后一项,仅保留线性项,则(15)式变为

$$S_{11}(z) \approx (1 - \alpha/\alpha_1)_{\alpha \phi_{11}} [M_{20}(0) + M_{02}(0)]_{\circ}$$
(16)

(14)式和(16)式是本课题组所提算法较常规算法改进的基本依据,它们将离焦面上光斑的二阶中心矩与波前多项式二次项系数进行了一一对应。

由(12)式、(14)式和(16)式可总结得到,单个微透镜前表面波前的多项式前二阶系数与一定离焦面z上光强的前二阶矩近似满足线性关系:

$$\begin{vmatrix} \phi_{10} \\ \phi_{01} \\ \phi_{20} \\ \phi_{02} \\ \phi_{11} \end{vmatrix} \approx \begin{bmatrix} a \\ a \\ b \\ b \\ c \end{bmatrix} \begin{vmatrix} M_{10}(z) \\ M_{01}(z) \\ S_{20}^{1/2}(z) \\ S_{11}(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d \\ d \\ 0 \end{bmatrix}, (17)$$
式中: $a = \frac{1}{\alpha}$ ; $b = \frac{\pm 1}{2M_{20}^{1/2}(0)\alpha}$ ; $c = \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_1}\right)\alpha[M_{20}(0) + M_{02}(0)]}$ ;

 $d = \frac{1}{2\alpha_1} - \frac{1 + \Delta'_{\rho,x}}{2\alpha}$ 。图 1(d)表示了(17)式的主要概念,质心和光斑大小分别对应局部波前一次项和二次项。

### 2.2 Zernike 模式-多阶偏导波前重建法

2.1 节中的推导结果,即(17)式已表明局部波前各阶偏导数平均值可由光斑的对应矩求得。如果条件更换到微透镜阵列中,则利用光斑阵列的各光斑的矩就可以求得整体波前在每个微透镜对应局部波前的多项式系数,即一阶与二阶偏导数值平均值。在常规 SHWFS 算法中,求得偏导数平均值之后重建波前一般使用 Zernike 模式一阶偏导波前重建法。下面简要介绍该方法,并提出适用于高阶导数的 Zernike 模式-多阶偏导波前重建法。

假设在序列为第(m,n)个的微透镜有任意缓变局部波前  $\phi(m,n)$ ,则其可按照(11)式进行分解。另外,其在 x 方向的一阶偏导函数在该微透镜范围的平均值为

$$\phi_{10}(m,n) = \phi_x(m,n) = \int_{C(m,n)} \frac{\partial \phi_{m,n}(r)}{\partial x} dr, \quad (18)$$

式中:C(m,n)为积分区域,即第m行第n列微透镜在探测面内的覆盖范围。则有类似的结果:

$$\begin{cases} \phi_{01}(m,n) = \phi_{y}(m,n) \\ 2\phi_{20}(m,n) = \phi_{xx}(m,n) \\ 2\phi_{02}(m,n) = \phi_{yy}(m,n) \\ \phi_{11}(m,n) = \phi_{xy}(m,n) \end{cases}$$
(19)

另外,波前畸变在坐标归一化后可分解为 Zernike 多项式的线性组合:

$$\phi(m,n) = \sum_{N=1}^{N_{\text{max}}} c_N W_N(m,n), \qquad (20)$$

式中: $c_N$  为波前对应的 Zernike 多项式系数; $W_N$  为第 N 项 Zernike 多项式。将(20)式两边取 x 或 y 方向的偏导数,并将各微透镜范围内的平均值作为微透镜(m,n)离散点的偏导数,则有:

$$\phi_{10}(m,n) = \sum_{N=1}^{N_{\text{max}}} c_N W_{x,N}(m,n) 
\phi_{01}(m,n) = \sum_{N=1}^{N_{\text{max}}} c_N W_{y,N}(m,n) 
\phi_{20}(m,n) = \sum_{N=1}^{N_{\text{max}}} c_N W_{xx,N}(m,n), (21) 
\phi_{02}(m,n) = \sum_{N=1}^{N_{\text{max}}} c_N W_{yy,N}(m,n) 
\phi_{11}(m,n) = \sum_{N=1}^{N_{\text{max}}} c_N W_{xy,N}(m,n)$$

(21)式可记为

$$\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{c} \,, \tag{22}$$

式中:W为 Zernike 多项式偏导矩阵; $\Phi$ 为波前偏导值;c为 Zernike 系数向量。对于该矛盾方程组可使用唯一的极小范数最小二乘解,即求W的伪逆矩阵(即摩尔-彭罗斯逆矩阵),再乘以 $\Phi$ ,将结果作为 Zernike 系数向量c的最佳逼近解,进而得到重建波前。该方法与常规的 Zernike 模式—偏导波前重建法的区别在于其同时使用了一阶和二阶导数项,对局部波前的前二阶项进行求解,必然比常规算法中仅求解前一阶项带来更多的高频信息,从而能求得更多项 Zernike 系数,进而提高重建波前的空间精度。

## 3 数值实验

#### 3.1 数值实验设置

根据第 2 节的描述,下面模拟一个离焦 SHWFS(见图 2)来验证本课题组所提波前重建算法。模拟系统使用的参数如下: 微透镜阵列数为  $10\times10$ ,照明光源的波长为  $0.64~\mu$ m,单个微透镜直径为 0.9~mm,单个微透镜焦距为 39.24~mm,CCD成像面位于 1.3~e640。为减小边缘误差,重建区域一般要小于主光瞳,模拟中波前重建区域设置为微透镜阵列的内切圆,圆主光瞳半径为内切圆半径的 $\sqrt{10}/3~e$ 6。模拟光学系统使用角谱衍射理论在傅里叶频谱域进行。矩的计算均使用定义式的离散形式。Zernike 导数系数矩阵由高分辨率离散 Zernike 多项式差分后在各微透镜区域取平均得到。

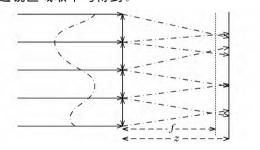


图 2 离焦 SHWFS 测波前原理示意图

Fig. 2 Conceptual schematic for sensing wavefront of defocused Shack-Hartmann wavefront sensor

为避免混频,常规算法使用 Zernike 模式─阶偏导波前重建算法时,一般将微透镜阵列单侧透镜数减去 1 作为重建 Zernike 多项式的最高阶数<sup>[2]</sup>,模拟使用 10×10 的微透镜阵列重建 Zernike 多项式前 55 项,即前 9 阶 Zernike 多项式。由前述可知本课题组所提算法可重建更高阶 Zernike 模式,这里 Zernike 模式-多阶偏导波前重建算法可重建前 135 项 Zernike 多项式。

0628001-4

### 3.2 peaks 函数波前重建

下面使用 MATLAB 中的 peaks 函数作为随机入射波前进行重建,其定义如下

$$\phi(x,y) = 3(1-x)^{2} \exp[-x^{2} - (y+1)^{2}] - 10(x/5 - x^{3} - y^{5}) \exp(-x^{2} - y^{2}) - \exp[-(x+1)^{2} - y^{2}]/3,$$
(23)

选择定义域[-3,3]。该入射波前在重建区域内的均方根(RMS)为  $0.34\lambda(\lambda)$  为波长 $(\lambda)$ ,峰谷值为  $2.33\lambda$ 。

peaks 函数波前重建的结果如图 3 和图 4 所示。由图 3 可以看出,本课题组所提算法比常规方法能重建的 Zernike 项更多,并且统计上更加接近真值。本课题组提出的算法使用光斑矩近似求解局部波前的二次曲面,包含了常规算法中的局部倾斜,另外提供局部曲率。相较于常规算法,该方法在波前重建中使用了更多全局波前的高频信息,因此能够计算更高阶的 Zernike 系数。在图 4 中,本课题组所提算法的重建波前与真值残差的 RMS 为 0.0327λ,小于常规算法的 0.0903λ。图 3 和图 4 的结果表明,

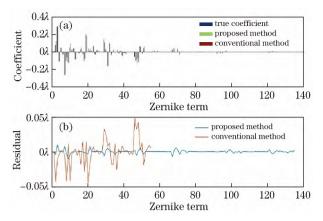


图 3 波前重建 Zernike 系数对比。(a)输入波前的分解系数与两种算法重建系数;(b)两种算法重建系数与真值的残差

Fig. 3 Comparison of coefficients of Zernike polynimial coefficients of wavefront reconstruction.

(a) Coefficients decomposed by the input wavefront and reconstructed by the conventional and the proposed methods;(b) residuals between true and reconstructed coefficients by the conventional and proposed methods

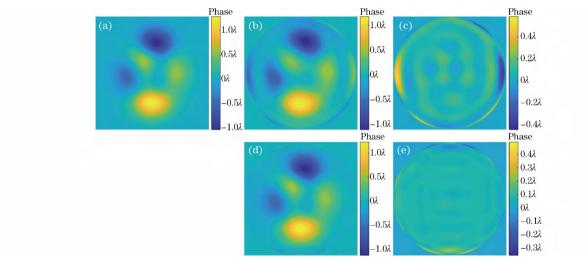


图 4 本课题组所提算法与常规算法的波前重建对比。(a)原始输入波前;(b)常规算法重建波前;

(c)常规算法重建波前与原始输入波前的差;(d)本课题组所提算法重建波前;(e)所提算法重建波前与原始输入波前的差

Fig. 4 Comparison of reconstructed wavefronts by the conventional and proposed methods.

(a ) Original input wavefront ; (b ) wavefront reconstructed by conventional method ;

(c) residual between wavefront reconstructed by conventional method and original input wavefront;

(d) wavefront reconstructed by the proposed method; (e) residual between wavefront reconstructed by the proposed method and original input wavefront

针对 peaks 函数的波前重建,本课题组所提算法重建波前的空间精度好于常规算法。

#### 3.3 各单阶 Zernike 多项式波前重建

下面分别将单项归一化 Zernike 多项式作为模拟输入波前进行波前重建, Zernike 多项式归一化圆选用主圆光瞳, 其他模拟参数仍使用 3.1 节中的设置。将不同 Zernike 项在两种算法得到的重建波前与真值

的残差 RMS 统计于图 5 中。从图 5 中可以看出:在 Zernike 多项式的阶数不超过 55 项时,本课题组所提算法与常规算法比较接近;超过 55 项后,常规算法无法有效重建,而本课题组所提算法对前 135 项均可有效重建。图 5 表明了本课题组所提算法在对单个低阶 Zernike 多项式重建时的精度与常规算法相近,并能重建常规算法无法重建的 Zernike 高阶项。

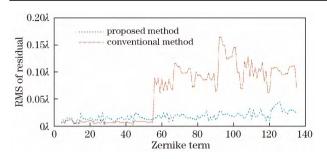


图 5 单个 Zernike 多项式的波前重建对比

Fig. 5 Comparison of reconstructed wavefronts within individual Zernike polynomial

## 3.4 不同幅值的像差波前重建

将不同幅值的 3 个像差(Zernike 多项式第 15、第 28、第 45 项)作为模拟波前进行波前重建,结果如表 1 所示。从表 1 中可以看出,当低阶单个像差

在幅值较小或较大时,本课题组所提算法与常规算法的性能差异不大,均有较好的重建结果。常规算法对较大幅值的中高阶像差均有不错的表现,而本课题组所提算法在幅值较小时仍能工作,但在幅值超过一定限度时则无法重建。表1的结果表明,要达到特定精度,本课题组所提方法比常规算法对中高阶像差的幅值限制更为苛刻,并且阶数越高,能探测幅值的范围越小。

使用 SHWFS 时,通常要求光斑不能超过其子孔径的相应区域,而本课题组所提算法以离焦面作为探测面,一般光斑比在焦面时更大,导致光斑可活动区域更小,因此对像差大小有更严格的限制。另外,高阶项衍射斑一般比低阶项大,对高阶项的幅值限制比低阶项更严格。

表 1 不同幅值的 3 种波前重建结果

Table 1 Reconstructed wavefronts with different coefficients of three aberrations

Scaling factor with different Zernike terms		Input wavefront	Reconstructed wavefront with convensional method	Reconstructed wavefront with the proposed method
	0.237	0.109λ	0.010λ	0.018λ
	0.528	0.241λ	0.009λ	0.016λ
15th Zernike term	1.176	0.537λ	0.012λ	$0.014\lambda$
	2.617	1.196λ	0.019λ	0.026λ
	5.825	2.662λ	0.061λ	0.098λ
28th Zernike term	0.237	0.098λ	0.002λ	0.003λ
	0.528	0.217λ	0.003λ	0.005λ
	1.176	0.483λ	0.007λ	0.011λ
	2.617	1.075λ	0.016λ	0.038λ
	5.825	2.393λ	0.402λ	1.025λ
45th Zernike term	0.237	0.088λ	0.009λ	0.013λ
	0.528	0.131λ	0.007λ	0.010λ
	1.176	0.196λ	0.010λ	0.010λ
	2.617	0.435λ	0.013λ	0.025λ
	5.825	0.969λ	0.035λ	0.158λ

## 4 结 **论**

SHWFS 被广泛使用于波前探测领域,在给定的微透镜阵列参数下,无法改变其波前探测精度。本课题组所提使用离焦 SHWFS 光斑的一阶矩与二阶矩来近似估计微透镜区域局部波前的一次项与二次项,得到了整体波前更多的高频信息,能够重建更多的 Zernike 高阶项,从而提高复杂波前的重建精度。

数值实验结果表明,利用本课题组所提算法对

peaks 函数进行波前重建的 Zernike 阶数高于常规限制,重建波前残差 RMS 仅为常规算法的 36.2%,显著提高了 SHWFS 波前重建的精度,验证了该算法的可行性,表明该算法非常适用于幅值限制的复杂波前的重建。

### 参 考 文 献

[1] Born M, Wolf E. Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light [M]. 7th expanded ed. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 1999.

- [2] Zhang S R, Li C W, Li S. Understanding optical systems through theory and case studies [M]. Bellingham, Washington; SPIE Press, 2017.
- [3] Fienup J R. Phase retrieval algorithms: a comparison[J]. Applied Optics, 1982, 21(15): 2758-2769.
- [4] Guo C, Wei C, Tan J B, et al. A review of iterative phase retrieval for measurement and encryption[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2017, 89: 2-12.
- [5] Chen S, Li C W, Zhang S J. Phase retrieval based on the Talbot effect of Ronchi grating[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(4): 0405001.
  - 陈升,李常伟,张思炯. 基于 Ronchi 光栅 Talbot 效应的波前重建「J7. 光学学报, 2018, 38(4): 0405001.
- [6] Li C L, Hu X Q. Study on centroid-of-correlation-function approach for estimating sub-image shifts in extended scene Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(9): 0928003.
  - 李臣亮,胡新奇. 计算扩展目标夏克-哈特曼波前传感器子图像偏移量的相关函数质心法研究[J]. 光学学报,2017,37(9):0928003.
- [7] Roddier F. Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics[J]. Applied Optics, 1988, 27(7): 1223-1225.
- [8] Wu C S, Ko J, Davis C C. Determining the phase and amplitude distortion of a wavefront using a

- plenoptic sensor[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2015, 32(5): 964-978.
- [9] Ragazzoni R. Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism[J]. Journal of Modern Optics, 1996, 43(2): 289-293.
- [10] Shack R V, Platt B C. Production and use of a lenticular hartmann screen[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1971, 61(5): 656-661.
- [11] Fried D.L. Least-square fitting a wavefront distortion estimate to an array of phase-difference measurements[J]. Journal of the Optical Society of America, 1977, 67(3): 370-375.
- [12] Rousset G, Lacombe F, Puget P, et al. Status of the VLT Nasmyth adaptive optics system (NAOS)[C]. SPIE, 2000, 4007; 72-81.
- [13] Gavel D, Dekany R, Max C, et al. Concept for the Keck Next Generation Adaptive optics system[J]. Perceedings of SPIE, 2008, 7015; 701567.
- [14] Baranec C, Dekany R. Study of a MEMS-based Shack-Hartmann wavefront sensor with adjustable pupil sampling for astronomical adaptive optics[J]. Applied Optics, 2008, 47(28): 5155-5162.
- [15] Teague M R. Irradiance moments: their propagation and use for unique retrieval of phase[J]. Journal of the Optical Society of America, 1982, 72(9): 1199-1209.